



# **Jarðskjálftagreining brúar á stauraundirstöðum**

**Jón Snæbjörnsson**

**Meistaraverkefni**

**Febrúar 2005**

**Umhverfis- og byggingarverkfræðiskor  
Verkfræðideild Háskóla Íslands**



## Formáli

Jarðskjálftaáraun á brýr getur orðið til þess að þær skemmist og verði jafnvel óökufærar. Viðgerð eða endurbygging getur tekið langan tíma. Það nútímasamfélag er við búum í er háð góðum samgöngum og kannast flestir við þau miklu óþægindi þegar loka þarf brúum tímabundið og fara þarf langar hjáleiðir til að komast á áfangastað.

Verkefnið fjallar um jarðskjálftasvörun staurþyrpingar. Vorið 2004 var smíðuð ný brú á Brúará hjá Efri-Reykjum í Bláskógabyggð. Brúin var valin sem viðfangsefni verkefnisins þar sem undirstöður brúarinnar eru grundaðar á staurþyrpingum og yfirbygging brúarinnar hvílir á jarðskjálftaeinangrandi legum.

Verkefnið var styrkt af Rannsóknarsjóði Vegagerðarinnar.

Leiðbeinandi í verkefninu var Bjarni Bessason prófessor og vil ég þakka honum fyrir ómælda aðstoð, einnig veitti Einar Hafliðason hjá Vegagerðinni aðstoð og á hann einnig þakkir skildar. Auk þeirra tveggja var meistaraprófsnefnd skipuð Sigurði Erlingssyni prófessor.

# Útdráttur

Verkefnið fjallar um jarðskjálftasvörun stauraþyrpingar. Vorið 2004 var smíðuð ný brú á Brúará hjá Efri-Reykjum í Bláskógabyggð. Brúin var valin sem viðfangsefni verkefnisins þar sem undirstöður brúarinnar eru grundaðar á stauraþyrpingum og yfirbygging brúarinnar hvílir á jarðskjálftaeinangrandi legum.

Ákvörðuð er hreyðarfræðileg stífni (e. dynamic stiffness) og deyfni (e. damping) staura í stauraþyrpingum undir stöplum brúarinnar. Stífni og deyfnistuðlarnir eru háðir tíðni bylgjuhreyfingar samkvæmt svokallaðri einfaldri aðferðarfræði sem leidd er út í fyrri hluta verkefnisins. Einnig er sett fram aðferð til að reikna mestu vægis- og kraftáraun á staka staura í stauraþyrpingunum. Farið er stuttlega yfir eðli jarðskálftaeinangrunar, ákvörðun skúbylgjuhraða í jarðvegi og notkun einingaraðferðarinnar.

Jarðskjálftagreining brúarinnar byggist á ólínulegri tímaraðagreiningu. Tímaraðir voru skilgreindar út frá mældum tímaröðum frá Suðurlandsskjálftunum árið 2000. Keyrðar voru þrjár áttir jarðskjálftahreyfingarinnar.

Tvö misflókin ólínuleg reiknilíkön af brúnni voru sett upp í einingarforriti, einfalt bitalíkan og ýtarlegra kubbalíkan. Óverulegur munur var á niðurstöðum þessara tveggja líkana sem þýðir að óhætt er að styðjast eingöngu við bitalíkanið. Þrjú mismunandi tilvik ólínulegu reiknilíkananna voru athuguð, þ.e. brúarstöplar á stauraþyrpingum, brúarstöplar festir í klöpp og að lokum tilvik þar sem yfirbygging brúarinnar hvílir eingöngu á jarðskjálftaeinangrandi legum sem festar eru í klöpp. Mismunur á niðurstöðum keyrslu þessara þriggja tilvika var hverfandi lítill vegna þess að hreyðarfræðileg stífni og deyfni stauraþyrpinganna í jarðveginum neðan stöpla brúarinnar er hlutfallslega há miðað við stífni lega. Jarðskjálftagreining sem byggir á líkni þar sem yfirbygging brúarinnar hvílir á jarðskjálftaeinangrandi legum sem festar eru í klöpp er því nægjanleg.

Athuguð voru áhrif þess að fækka fjölda staura en það felur í sér litla breytingu á heildarstífninni, því samvirkniáhrif minnka með auknu bili milli staura innan stauraþyrpingar.

Samvirkni staura, jarðvegs og brúar er flókið fyrirbæri og margir þættir sem þar hafa áhrif. Niðurstöður verkefnisins miðast við að yfirbygging brúarinnar sé jarðskjálftaeinangruð og jarðvegurinn einsleitur.

## English abstract

Seismic analysis of a bridge on pile foundations is the main theme of this thesis. In the spring of the year 2004 a new bridge was built crossing river Brúara in south Iceland. The bridge was chosen as real case for this thesis because its bent and abutments are supported by a group of piles and the bridge superstructure is base isolated. Dynamic stiffness and damping of the pile groups is determined. The stiffness and damping is correlated to frequency of excitation according to a simple method which is derived in the first part of the thesis. Also a method for the determination of the maximum moment and force in the piles is presented. The nature of base isolation, determination of shear wave velocity of soils and the use of the finite element method is briefly mentioned.

The seismic analysis of the bridge was based on a nonlinear time history analysis. Recorded time histories from the south Iceland earthquakes in juni 2000 were used as an input motion in three directions simultaneously.

Two nonlinear models of the bridge were constructed in a finite element program, a simple frame elements model and a more detailed solid elements model. Three different cases of the bridge were analysed. Bridge bent and abutments supported by pile groups; bridge bent and abutments fixed, and finally bridge superstructure supported by fixed base isolation bearings. The main results are that the dynamic stiffness and damping of the pile groups of the bridge have so high values that the pile groups can be ignored in the earthquake response analysis.

A new design was calculated where the number of piles of the bridge was reduced by half, that change had minor effect on the total stiffness of the pile groups, because the dynamic interaction factors become smaller with increasing distance in between piles.

The interaction between piles, soil and a bridge is a complicated phenomenon with many coworking factors. The results of this thesis are based on the facts that the superstructure of the bridge is base isolated and that the soil elastic modulus is homogenous.

# Efnisyfirlit

<b>1 Inngangur .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 BAKGRUNNUR.....</b>	<b>1</b>
<b>1.2 MARKMIÐ .....</b>	<b>1</b>
<b>1.3 SAMBÆRILEG VERKEFNI.....</b>	<b>1</b>
1.3.1 Ísland.....	1
1.3.2 Erlend verkefni.....	2
<b>1.4 ÁRANGUR OG BIRTING NIÐURSTAÐA .....</b>	<b>2</b>
<b>1.5 VERKEFNISYFIRLIT .....</b>	<b>2</b>
<b>2 Aðferðarfræði.....</b>	<b>4</b>
<b>2.1 SAMVIRKNI JARÐVEGS OG BURÐARVIRKIS .....</b>	<b>4</b>
2.1.1 Almennt .....	4
2.1.2 Hreyfnisamvirkni .....	5
2.1.3 Tregðusamvirkni .....	5
<b>2.2 SAMVIRKNI JARÐVEGS OG STAURA Á JARÐSKJÁLFTASVÆÐUM.....</b>	<b>6</b>
2.2.1 Almennt .....	6
2.2.2 Winkler líkan (hreyfnisamvirkni) .....	7
<b>2.3 HREYFÐARFRÆÐILEGT SAMVIÐNÁM STAURS (TREGÐUSAMVIRKNI).....</b>	<b>11</b>
2.3.1 Almennt .....	11
<b>2.4 HREYFÐARFRÆÐILEGT SAMVIÐNÁM STAURAPÝRÞINGAR (TREGÐUSAMVIRKNI) ...</b>	<b>14</b>
2.4.1 Almennt .....	14
2.4.2 Grunnforsendur aðferðarfræði .....	15
2.4.3 Lóðrétt sveifluörvun.....	16
2.4.4 Ruggu sveifluörvun (e. rocking).....	21
2.4.5 Lárétt sveifluörvun.....	25
<b>2.5 VÆGIS- OG KRAFTÁRAUN Á STAKA STAURA .....</b>	<b>30</b>
<b>2.6 SKÚFÞYLGJUHRÆÐI .....</b>	<b>33</b>
<b>2.7 JARÐSKJÁLFTAÐEINANGRUN .....</b>	<b>34</b>
2.7.1 Blý-gúmmilegur (e. lead-rubber bearings).....	35
<b>2.8 EININGARAÐFERÐIN .....</b>	<b>37</b>
<b>3 Tölulegir útreikningar .....</b>	<b>38</b>
<b>3.1 BRÚARÁ .....</b>	<b>38</b>
3.1.1 Kennistærðir brúarinnar .....	40
<b>3.2 JARÐSKJÁLFTAÁLAG.....</b>	<b>41</b>
3.2.1 Svörunarróf.....	41

3.2.2	Val á tímaröðum .....	44
3.2.3	Fourier róf .....	46
<b>3.3</b>	<b>JARÐSKJÁLFTAEGUR.....</b>	<b>47</b>
3.3.1	Landstöplar .....	48
3.3.2	Millistöpull.....	49
<b>3.4</b>	<b>ÁKVÖRÐUN HREYFÐARFRÆÐILEGRA KENNISTÆRÐA STAURAPYRPINGA .....</b>	<b>50</b>
3.4.1	Stakur staur .....	50
3.4.2	Staurapyrping.....	52
3.4.3	Landstöplar .....	53
3.4.4	Millistöpull.....	57
3.4.5	Samanburður á eiginleikum staurapyrpinga neðan stöpla.....	60
<b>3.5</b>	<b>TÖLVUTÆK LÍKÖN.....</b>	<b>62</b>
3.5.1	SAP2000 .....	63
3.5.2	Einfalt reiknilíkan úr bitaeiningum .....	63
3.5.3	Ýtarlegra reiknilíkan úr kubbaeiningum .....	68
3.5.4	Samanburður á líkönum .....	75
3.5.5	Svörun jarðskjálftalega .....	77
3.5.6	Kraft- og vægisáraun á staka staura .....	79
<b>3.6</b>	<b>ÖNNUR HÖNNUN .....</b>	<b>82</b>
3.6.1	Jarðskjálftalegur .....	82
3.6.2	Fækkun staura .....	84
<b>4</b>	<b>Lokaorð .....</b>	<b>88</b>
<b>5</b>	<b>Heimildaskrá .....</b>	<b>90</b>
<b>Viðauki A</b>		

# 1 INNGANGUR

## 1.1 Bakgrunnur

Margar brýr Vegagerðarinnar, gamlar sem nýjar, eru grundaðar á stauraþyrpingum og eru sumar þessara brúa staðsettar á jarðskjálftasvæðum Suður- og Norðurlands.

Samvirkni staura og jarðvegs í jarðskjálfta er flókið fyrirbæri og margir þættir sem þar hafa áhrif. Við hönnun á nýjum brúm, eða við greiningu á eldri brúm, er æskilegt að geta búið til sem nákvæmust reiknilíkön sem byggja á fyrirliggjandi þekkingu. Fram til þessa hefur hönnun stauraundirstaða hjá Vegagerðinni fyrst og fremst byggt á reiknilíkönnum sem byggja á línulegri fjaðurfræði. Ekki hefur verið tekið tillit til tíðniháðra og ólínulegra áhrifa, sem gætu haft áhrif á svörum mannvirkisins.

Átak Vegagerðarinnar í fækkun einbreiðra brúa hefur haft í för með sér talsverða endurnýjun brúa á síðustu árum.

## 1.2 Markmið

Verkefnið snýst um að skoða ólínulega samvirkni jarðvegs og stauraundirstöðu valinnar brúar við jarðskjálfaálag. Þetta er vel þekkt viðfangsefni í jarðtæknilegri jarðskjálftaverkfræði. Margar misflóknar aðferðir hafa verið settar fram í þessu samhengi. Í verkefninu er ætlunin að kanna þessar aðferðir og leitast við að nýta einhverjar þeirra við að skilgreina og ákvarða stífni- og deyni eiginleika fyrir stauraundirstöðu sem nota má við uppbyggingu á tölvutæku reiknilíkani. Reiknilíkanið byggir á einingaraðferðinni (e. the finite element method) og að hægt verði að styðjast við hefðbundið einingarforrit.

## 1.3 Sambærileg verkefni

### 1.3.1 Ísland

Á vegum Vegagerðarinnar var unnið verkefnið: Líkan af staur í viðnámsjarðvegi [Guðrún Þóra Garðarsdóttir, 2002], er gekk út á að finna hvernig best væri að gera líkan í einingarforriti af burðarþoli staus í viðnámsjarðvegi. Líkan af staur var sett upp í einingarforritinu ALGOR (<http://www.algor.com/>), reiknuð var lóðrétt og lárétt burðargeta staus og viðnám sökkulbotns þar sem viðnám jarðvegs var nálgæð með eftirgefanlegum gormum og staurinn nálgæður með bitaeiningum. Reikningar voru stöðufræðilegir.



### 1.3.2 Erlend verkefni.

Eftir að ákvörðun hafði verið tekin um að hefja verkefnisvinnu var hafist handa við heimildaleit. Fljótlega var haft samband við Dr. Amir M. Kaynia hjá norsku jarðtæknistofnuninni (NGI), hann hefur áratuga reynslu af sambærilegum verkefnum og hefur skrifað fjölda ritýndra greina um viðfangsefnið. Var hann beðinn um að benda á einfalda aðferðarfræði til útreikninga á samvirkni jarðvegs og stauraþyrpinga. Hann benti á tvær greinar, grein Dobry, R. og Gazetas, G. (1988) og grein Makris, N. og Gazetas, G. (1991) þar sem sett er fram einföld aðferðarfræði til útreikninga á hreyfðarfræðilegri svörun stauraþyrpingar. Niðurstöður útreikninga á hreyfðarfræðilegum eiginleikum stauraþyrpinga skv. aðferðarfræðinni eru síðan bornar saman við hreyfðarfræðilega svörun staks staus. Þannig má sjá samvirkniáhrif fyrir mismunandi stauraþyrpingar, þar sem hreyfðarfræðileg stífni og deyni staus í stauraþyrpingu verður önnur en hreyfðarfræðileg stífni og deyni staks staus. Aðferðarfræðin er ýtarlega útskýrð í kafla 2. Aðferðin er stærðfræðilega einföld og hentar því vel til forritunar.

Kannaðar voru fleiri greinar þar sem beitt er annarri aðferðarfræði en í nefndum greinum hér að ofan, t.d. grein Maheswari o.fl. (2004) og greinasafn frá American Society of Civil Engineers (ASCE), sbr. grein Finn o.fl. (1997) í heimildaskrá. Ýtarleg heimildaleit var framkvæmd í rafrænum gagnasöfnum er nálgast má á vefsíðunni, <http://www.hvar.is/>. Ljóst er að mikið lesefni er til um sambærileg verkefni.

### 1.4 Árangur og birting niðurstaða

Ávinningur verkefnisins liggur í aðferðarfræði og verkfæri (forrit í viðauka A) sem gagnast munu við hönnun brúa á stauraundirstöðum. Í alþjóðlegu samhengi er nýnæmi verkefnisins lítið. Verkefnið gengur fyrst og fremst út á það að aðlaga fyrirliggjandi þekkingu á flóknu verkfræðilegu viðfangsefni að íslenskum aðstæðum og hagnýta þá þekkingu. Niðurstöður verkefnisins verða gerðar aðgengilegar samkvæmt þeirri stefnu verkfræðideildar að birta allar MS-ritgerðir á .pdf sniði á heimasíðu sinni <http://www.verk.hi.is>.

### 1.5 Verkefnisyfirlit

Ákveðið var að reikna hreyfðarfræðilega stífni og deyni staks staus og stauraþyrpingar samkvæmt einfaldri aðferðarfræði er tekin er fyrir í kafla 2. Aðferðarfræðin var forrituð í reikniforritinu Matlab® (<http://www.mathworks.com>). Myndræn framsetning er skýr með Matlab og forritunarkóðinn til útreikninga hreyfðarfræðilegrar svörunar staus/stauraþyrpingar er birtur í viðauka A. Ólínuleg reiknilíkön af brúnni á Brúará hjá Efri-Reykjum voru sett upp í einingarforritinu SAP2000® ([http://www.csiberkeley.com/products\\_SAP.html](http://www.csiberkeley.com/products_SAP.html)). Aðalkaflar verkefnisins eru eftirfarandi:

*Annar kafli:* Aðferðarfræði og bakgrunnur fræðilegs grundvallar verkefnisins settur fram og þeir eiginleikar er ráða jarðskjálftasvörun stauraundirstöðu og þess mannvirkis sem á henni hvílir. Farið er stuttlega yfir eðli jarðskálftaeinangrunar (e. base isolation), ákvörðun skúfbylgjuhraða í jarðvegi og skilgreiningu einingaraðferðarinnar (e. finite element method).

*Þriðji kafli:* Tölulegir útreikningar ásamt lýsingu á brúnni á Brúará hjá Efri-Reykjum, skilgreining jarðskjálftaálags og niðurstöður notkunar mismunandi ólínulegra reiknilíkana og reiknilíkana. Að lokum eru athugað áhrif þess ef hönnun brúarinnar væri breytt.

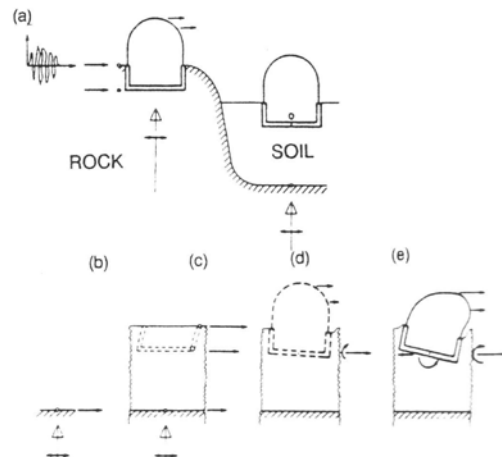
*Fjórði kafli:* Samantekt, lokaorð og tillaga að áframhaldandi vinnu.

## 2 AÐFERÐARFRÆÐI

### 2.1 Samvirkni jarðvegs og burðarvirkis

#### 2.1.1 Almennt

Í hefðbundinni hreyfðarfræðilegri greiningu (e. dynamic analysis) byggingar vegna bylgjuhreyfingar yfirborðs er frjálssviðs yfirborðshreyfing (e. free-field ground motion) yfirleitt fundin fyrir byggingarstaðinn og hún síðan notuð til að örva innspenntan grunn byggingarinnar (e. fixed-base building). Þetta á vel við þar sem byggingin er grunduð á klöpp, en þegar byggingin er grunduð á mjúkum jarðvegi (e. soft soil) er ólíklegt að jarðskjálftahreyfing í grunni byggingarinnar sé sú sama og frjálssviðs yfirborðshreyfing. Tilvist burðarvirkis umbreytir frjálssviðs hreyfingunum sökum þess að samvirkni verður milli jarðvegsins og burðarvirkisins og myndast þar með nýtt hreyfðarfræðilegt kerfi. Þessi samvirkni milli jarðvegs og burðarvirkis leiðir af sér svörun (e. structural response) er getur verið allólik svörun sem reiknuð er út frá innspenntum grunni byggingar sem látin er sæta frjálssviðs yfirborðshreyfingu [Marshall og Nissen, 1989]. Ferlið þar sem svörun jarðvegs hefur áhrif á hreyfingu burðarvirkis og svörun burðarvirkis hefur áhrif á hreyfingu jarðvegs nefnist samvirkni jarðvegs og burðarvirkis (e. soil-structure interaction) [Kramer, 1996]. Mynd 2.1 sýnir eðlismuninn á burðarvirki sem annars vegar er grundað á klöpp og hins vegar á jarðvegi.



**Mynd 2.1** Jarðskjálftasvörun burðarvirkja sem grunduð eru á klöpp eða á jarðvegi, sbr. (a) staðsetningar burðarvirkis, (b) klöpp á yfirborði (e. outcropping rock), (c) frjálssviðs yfirborðshreyfing, (d) hreyfnisamvirkni, (e) tregðusamvirkni [Marshall og Nissen, 1989].

Samvirkni jarðvegs og burðarvirkis orsakast af tvennu:

- Vangetu undirstöðunnar til að aðlagast frjálssviðs aflögun jarðvegs. Það er kallað hreyfnisamvirkni (e. kinematic interaction)
- Áhrifum hreyfðarfræðilegrar svörunar burðarvirkis-undirstöðu kerfisins á hreyfingu burðarjarðvegsins (e. supporting soil). Það er kallað tregðusamvirkni (e. inertial interaction), sem einnig má kalla tregðusamvirkni burðarvirkis og jarðvegs vegna tregðusvörunar burðarvirkis.

Við línulega eða jafngilda línulega (e. equivalent linear) greiningu er hægt að aðgreina áhrif hreyfnisamvirkni og tregðusamvirkni. Áhrif hreyfnisamvirkni eru þá fyrst ákvörðuð og síðan notuð sem inngögn við greiningu tregðusamvirkni. Samlagning niðurstaða greininganna tveggja gerir mögulegt að ákvarða heildarsvörun [Kramer, 1996]. Áður en lengra er haldið er mikilvægt að gera skýran greinarmun á hreyfnisamvirkni (e. kinematic interaction) og tregðusamvirkni (e. inertial interaction).

### 2.1.2 Hreyfnisamvirkni

Í frjálssviði veldur jarðskjálfti jarðvegsfærslum í bæði lárétta og lóðrétta stefnu. Ef undirstaða á yfirborði eða grunduð í jarðvegi er svo stíf að hún getur ekki fylgt frjálssviðs aflögunarmynstri verður hreyfing hennar fyrir áhrifum hreyfnisamvirkni. Jafnvel þó undirstaðan sé massalaus [Kramer, 1996]. Hreyfnisamvirkni getur orsakað aflögunarform (þ.e. ruggu (e. rocking) og vindu) er ekki myndast við frjálssviðs hreyfingu.

### 2.1.3 Tregðusamvirkni

Massi byggingar og undirstöðu veldur því að burðarvirki svara hreyfðarfræðilega. Ef burðarjarðvegur er eftirgefanlegur munu þeir kraftar er lagðir eru á jarðveginn af undirstöðunni valda hreyfingu hennar. Slík hreyfing ætti sér ekki stað í innspenntri (fixed-base) byggingu. Áhrif eftirgefanleika jarðvegsins á endalega svörun eru af völdum tregðusamvirkni [Kramer, 1996].

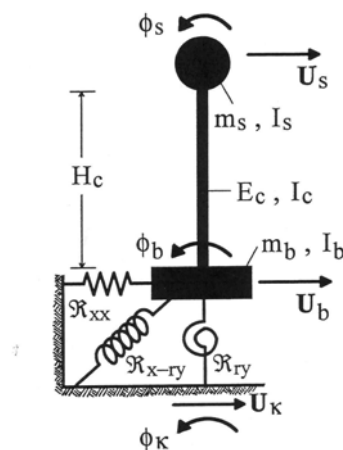
Ef undirstaða er stíf (e. rigid) er hægt að skipta út jarðveginum fyrir tíðniháða gorma og dempara. Greining tregðusamvirkni er framkvæmd með því að beita tregðukröftum (e. inertial forces) á massa burðarvirkis eða með því að beita inntaks hreyfingu er endurspeglar áhrif hreyfnisamvirkni á undirstöðu. Áhrif tregðusamvirkni eru yfirleitt mun meira áberandi en áhrif hreyfnisamvirkni [Kramer, 1996].

## 2.2 Samvirkni jarðvegs og staura á jarðskjálftasvæðum

### 2.2.1 Almennt

Samvirkni milli staura og jarðvegs á sér stað bæði fyrir jarðskjálftaáráun og á meðan hún stendur yfir. Niðurrekstur staura og upphafsálag, færsla aðliggjandi jarðvegs, yfirfært álag (e. load transfer) og núningskraftar (e. downdrag forces) valda sérstöku spennuástandi í staurnum og aðliggjandi jarðvegi. Spenna af völdum jarðskjálfta bætist svo við fyrri spennu. Við jarðskjálftaáráun getur jafnframt myndast bil milli jarðvegs og staura við jarðvegsyfirborðið. Í jarðvegi án samloðunar mun bilið hugsanlega fyllast og þjappast en í samloðunarjarðvegi (e. cohesive soil) mun bilið hugsanlega haldast opið og leiða til lægri láréttar stífni kerfisins en ella. Ef yfirborð jarðvegs er neðan vatnsyfirborðs mun vatn geta til skiptis streymt í og spýst út úr bilinu, sem leiðir til enn frekari stífnilækkunar [Meymand, 1998].

Samvirkni jarðvegs og burðarvirkis veldur almennt því að eigintíðni jarðvegs-burðarvirkis kerfisins verður lægri en eigintíðni sjálfs burðarvirkisins. Ennfremur veldur geislalæg deyfing því að heildardeyfing jarðvegs-burðarvirkis kerfisins verður hærri en deyfing sjálfs burðarvirkisins. Sökum þessara tveggja áhrifa leiðir samvirkni jarðvegs og burðarvirkis oft til lækkunar álags (e. demands) á burðarvirkið, en sökum þess að undirstaðan getur bæði færst til og snúist getur heildarfærsla þess aukist [Kramer, 1996].



**Mynd 2.2** Reiknilíkan til greiningar á samvirkni jarðvegs og staura. Eftir að hreyfni- og tregðusamvirkni burðarvirkis hefur verið ákvörðuð koma tíðniháðir gormar og demparar í stað staura/stauraþyrpingar [Gazetas o.fl. 1995].

Hreyfðarfræðileg greining burðarvirkis á stauraundirstöðum er eitt af flóknari viðfangsefnum jarðtæknilegrar jarðskjálftaverkfræði [Finn o.fl., 1997]. Ef mannvirki er grundað á veikum jarðvegi má búast við talsverðum skemmdum ef undirstaða þess nær ekki að standast álag af völdum aflögunar aðliggjandi jarðvegs. Fjöldi tölulegra og fágæðra (e. analytical) lausna hafa verið þróaðar til útreikninga á þessu verkefni en hér verður fyrst og fremst beitt einfaldri aðferðarfræði er sett var fram af George Gazetas o.fl. Ýtarlegri umfjöllun um hana má t.d. finna hjá Dobry og Gazetas, (1988), Makris og Gazetas, (1991), Gazetas (1991), Makris og Gazetas, (1992) og Gazetas o.fl., (1995). Í þessum greinunum er hreyfðarfræðileg stífni og deyfni ákvörðuð á einfaldan hátt, bæði fyrir stakan staur og stauraþyrpingar við ákveðna tíðni yfirborðs bylgjuhreyfingar.

Ekki er hægt að ákvarða hreyfðarfræðilega stífni stauraþyrpingar í ótilgreindu sveifluformi með því að leggja saman stífni stakra staura. Staur í stauraþyrpingu verður ekki aðeins fyrir áhrifum vegna eigin álags heldur einnig álagi frá nærliggjandi staurum og þeim láréttu færslum er þeir valda. Á svipaðan hátt getur jarðskjálftasvörun stauraþyrpingar verið töluvert frábrugðin svörun stakra staura sökum aflögunar jarðvegs er breiðist út frá nærliggjandi staurum. Þessi samvirkni staura er tíðniháð, og er afleiðing bylgna er berast frá jaðri hvers staur og dreifast þaðan þar til þær „berja á” aðliggjandi staurum [Makris og Gazetas, 1992].

## 2.2.2 Winkler líkan (hreyfnisamvirkni)

Eins og fram hefur komið hafa ýmsar aðferðir verið þróaðar til hreyfðarfræðilegrar greiningar burðarvirkis á stauraundirstöðum. Hér verður gerð grein fyrir einu líkani, svokölluðu Winkler líkani (mynd 2.3), er nota má til að ákvarða hreyfnisvörun. Í þessu verkefni er tregðusvörun brúarinnar á Brúará hjá Efri-Reykjum ráðandi svörun og því verður hér aðeins stuttlega gert grein fyrir Winkler líkaninu.

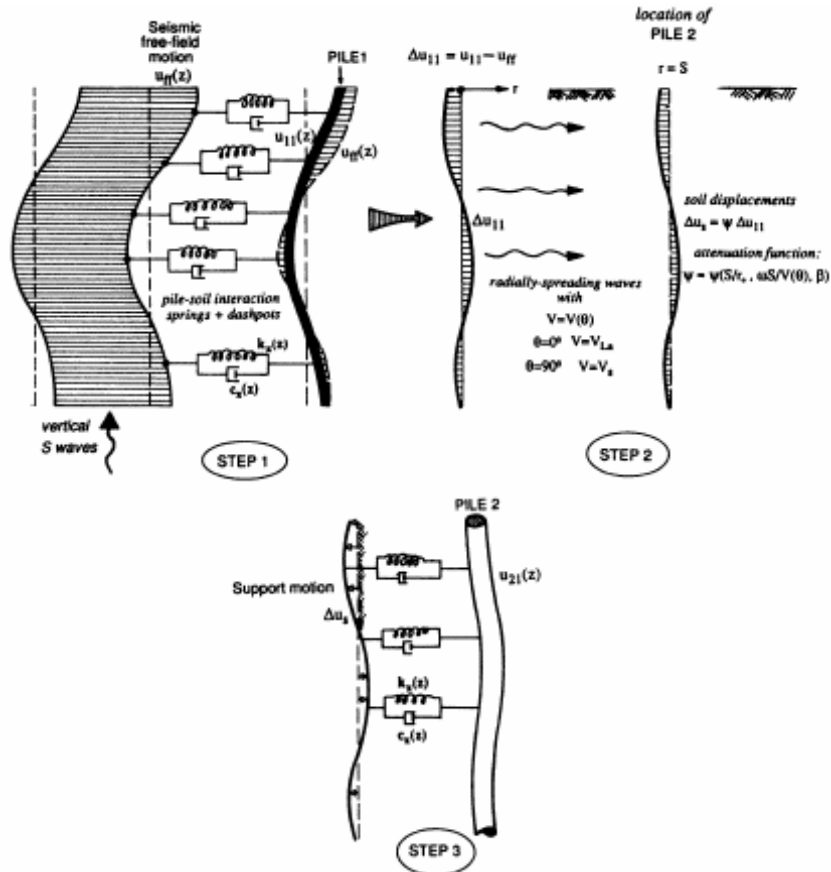
Hér er unnið með fræðigrein Makris og Gazetas, (1992) þar sem gert er ítarlega grein fyrir lotubundinni örvun sökum lóðréttra S-bylgja (e. harmonic excitaton by vertical S-waves). Hreyfnisamvirkni (e. kinematic interaction) er yfirleitt aðeins marktæk fyrir mjúkan jarðveg þar sem fjaðurstuðull jarðvegs við yfirborð er nærri núlli [Gazetas o.fl. 1995].

Til ákvörðunar á inntaks hreyfingu fyrir undirstöðu (e. foundation input motion) staks staur er beitt hinu svokallaða BDWF-líkani (e. beam on dynamic Winkler foundation), sjá mynd 2.3. Jarðvegurinn er nálgaður sem Winkler-undirstaða er veitir viðnám gegn láréttri hreyfingu staur með samfelld dreifðum línulegum gormum ( $k_x$ ) og tíðniháðum dempurum ( $c_x$ ) eftir lengd staurins [Gazetas ofl. 1995].

$$k_x \approx 1,2E_s \quad (2.1)$$

$$c_x \approx 6a_0^{-1/4} \rho_s V_s d + 2\beta_s \frac{k_x}{\omega} \quad (2.2)$$

Hér standa  $E_s$ ,  $V_s$ ,  $\beta_s$  og  $\rho_s$  fyrir fjaðurstuðul, skúfbylgjuhraða, deyfnihlutfall og eðlismassa jarðvegsins,  $a_0 = \omega d/V_s$  er einingarlaus tíðni þar sem  $d$  er þvermál staura og  $\omega$  er horn tíðni (e. circular frequency of oscillation).



**Mynd 2.3** Aðferðarfræði til ákvörðunar á hreyfnisamvirkni, þ.e. hver áhrif þess eru á staur nr. 2 þegar staur nr. 1 aflagast við jarðskjálftaáráun [Makris og Gazetas, 1992].

Svörun staks staura sem tengdur er þessum línulegu gormum og tíðniháðum dempurum sem örvaðir eru á undirstöðu sinni með frjálssviðs færslum jarðvegsins ( $U_{ff}$ ) (sjá mynd 2.3), er hægt að ákvarða með því að leysa hreyfðarfræðilega jafnvægislikingu. Sett eru ákveðin

jafnvægissskilyrði (e. imposed boundary conditions) á báða enda staurins. Hér er reiknað með því að staurinn sé endaberandi og innspenntur að ofan í stífa plötu (e. fixed-head condition), staurinn er rekinn niður í klöpp og fylgir því jarðskjálftahreyfingu klapparinnar (e. base motion) þar.

Ef staurinn er sveigjanlegur eða bylgjuhreyfing yfirborðs er á lágtíðnisviði fylgir staurinn frjálssviðssveiflum náíð. Staurinn hefur þó tilhneigingu til að veita viðnám við láréttum formbreytingum sökum beygjustífnis sinnar. Frjálssviðshreyfinguna og aflögun staks staur má sjá á mynd 2.3. Ef  $u_g = U_g \exp(i\omega t)$  lýsir jarðskjálftahreyfingu á klöpp undir jarðvegi,  $u_{11} = U_{11} \exp(i\omega t)$  er lárétt formbreyting staur og  $u_{ff} = U_{ff} \exp(i\omega t)$  er lárétt frjálssviðs færsla má stilla upp afleiðujöfnu sem tengir saman lárétta formbreytingu staur ( $u_{11}$ ) og lárétta frjálssviðssveifluna ( $u_{ff}$ ) við stöðugt ástand (e. steady state condition):

$$E_p I_p \frac{d^4 U_{11}}{dz^4} + m\omega^2 U_{11} - (k_x + i\omega c_x)(U_{ff} - U_{11}) = 0 \quad (2.3)$$

Hér er  $U_{ff}$  ákvarðað útfrá kenningu um einvíða útbreiðslu bylgju með þeim jaðarskilyrðum að engin skúfuspenna er við yfirborð og færsla staurins neðst við klöpp er jöfn jarðskjálftafærslunni  $U_g$ . Hér er gert ráð fyrir línulegum hysterískum jarðveg og heildar færsla frjálssviðs er því:

$$u_{ff}(z) = \left( \frac{U_g}{\cos \frac{\omega}{V_s^*} L} \right) \cos \left( \frac{\omega}{V_s^*} z \right) e^{i\omega t} \quad (2.4)$$

Hér er  $U_g$  sveifluútvik lotubundnu færslunnar á klöpp,  $V_s^* = V_s \sqrt{1 + 2i\beta}$  og  $L$  er lengd staur. Ef jafna (2.4) er sett inn í jöfnu (2.3) fæst:

$$E_p I_p \frac{d^4 U_{11}}{dz^4} + (k_w + i\omega c_x - m\omega^2) U_{11} = (k_x + i\omega c_x) U_g \frac{\cos \delta z}{\cos \delta L} \quad (2.5)$$

hér er bylgjutalan  $\delta$  skilgreind sem  $\delta = \omega/V_s$  og  $V_s$  er skipt út fyrir  $V_s^*$ . Heildarlausn jöfnunnar hér að ofan samanstendur af einsleitri lausn og sérlausn. Ekki þarf að taka tillit til einsleitu lausnarinnar og lárétta formbreytingu staurins má því nálga sem:

$$U_{11}(z) \approx U_g \left( \Gamma \frac{\cos \delta z}{\cos \delta L} \right) = \Gamma U_{ff}(z) \quad (2.6)$$

Hér er:

$$\Gamma = \frac{k_x + i\omega c_x}{E_p I_p \delta^4 + k_x + i\omega c_x - m\omega^2} \quad (2.7)$$

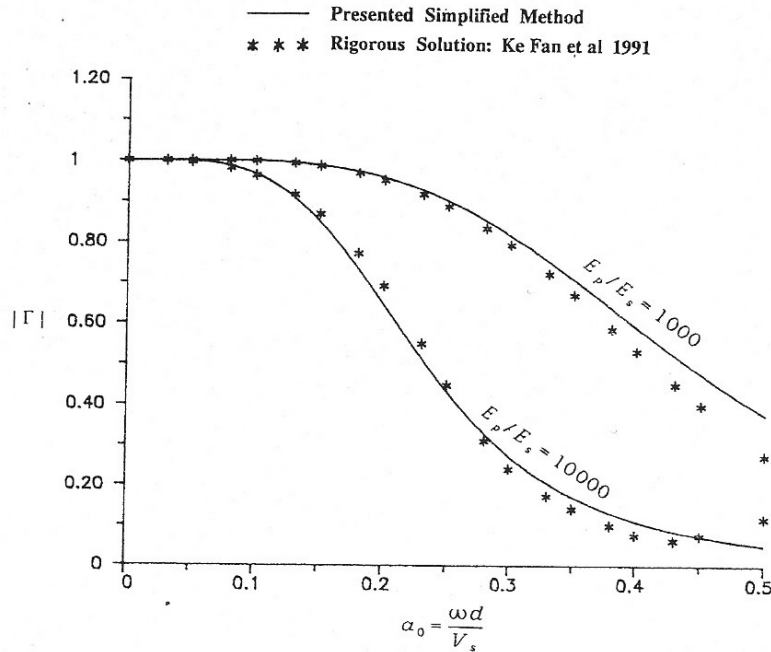
Jafna (2.6) hér að ofan segir að mismunur milli lárétrar formbreytingar staur og jarðvegs stjórnað af stærðinni  $\Gamma$ . Þegar tíðni sveifluörvunar nálgast núll, stefnir  $\Gamma$  á 1 og munur á færslu staur og jarðvegs verður enginn. Eftir því sem tíðnin verður hærri, breytist  $\Gamma$  bæði að



stærð og í fasa. Myndast þá mismunur milli svörunar staus og frjálssviðs hreyfingar. Samvirkniáhrif staus á nærliggjandi staura eru bein afleiðing þessa mismunar,  $\Delta u_{11} = u_{11} - u_{ff}$ , sjá mynd 2.3. Þessi mismunur truflar bylgjusvið jarðskjálftans. Nýjar bylgjur eiga upptök sín við snertiflöt staus og jarðvegs, þær breiðast þaðan út ásamt því að deyfast við það ferli. Þessu afleidda (e. diffracted) bylgjusviði má lýsa með færslunni  $\Delta u_s$  í fjarlægðinni  $r$  og við hornið  $\theta$  sem:

$$\Delta u_s = \psi(r, \theta) \Delta u_{11} = \psi(r, \theta) u_g (\Gamma - 1) \frac{\cos \delta z}{\cos \delta L} \quad (2.8)$$

Þar sem  $\psi(r, \theta)$  er samvirknifall er leitt er út í kafla 2.4.3.



**Mynd 2.4** Normeruð hreyfnifræðileg jarðskjálftasvörun staks staus sem innspenntur er í stífa plötu, samanburður aðferðarfræði við fræðilegri lausn (punkta lína), ( $\rho_p/\rho_s = 1,42$ ,  $L/d = 20$ ,  $\nu = 0,4$ ,  $\beta = 0,05$ ) [Makris og Gazetas, 1992].

Til ákvörðunar hreyfnifræðilegrar jarðskjálftasvörunar er rétt að athuga áhrif aukinnar færslu staus nr. 2 (sjá mynd 2.3) í fjarlægðinni  $r = S$  frá staur nr. 1, þegar á hann verkar afleidda bylgjusviðið ( $\Delta u_s$ ), hér er á ný beitt samvirknilíkani jarðvegs og staus með tilheyrandi gormum og tíðniháðum dempurum, sem örvaðir eru nú með færslunni  $\Delta u_s$ . Því verður hreyfðarfræðilega jafnvægislíkingin:



Í fræðigreinin Gazetas, (1991) er sett fram tafla með líkingum til ákvörðunar á hreyfðarfræðilegum eiginleikum staks stauris í þremur mismunandi línulega-hysterískum jarðvegi.

- Einsleitum jarðvegi þar sem fjaðurstuðull jarðvegsins helst sá sami með dýpi.
- Óeinsleitum jarðvegi þar sem fjaðurstuðull jarðvegsins eykst línulega með dýpi.
- Óeinsleitum jarðvegi þar sem fjaðurstuðullinn vex fleygbogalega með dýpi.

Hér verður einungis unnið með stakan hringlaga gegnheilan staur í einsleitum jarðvegi. Virka lengd stauris má þá nálga sem:

$$l_c \approx 2d(E_p / E_s)^{0,25} \quad (2.13)$$

Hér eru  $d$  og  $E_p$  þvermál og fjaðurstuðull stauris, fjaðurstuðull jarðvegsins ( $E_s$ ) ákvarðast samkvæmt líkingunni:

$$E_s = 2(1 + \nu) \cdot G = 2(1 + \nu) \cdot V_s^2 \cdot \rho_s \quad (2.14)$$

Hér standa  $\nu$ ,  $G_s$ ,  $V_s$  og  $\rho_s$  fyrir Poissons hlutfall, skúfstuðul, skúfbylgjuhraða og eðlismassa jarðvegsins. Ákvarða þarf grunntíðni einsleita jarðvegsins ofan klappar og setja inn í líkingu til ákvörðunar á hreyfðarfræðilegri deyfni staks stauris ( $C$ ). Þegar fjaðurstuðull jarðvegsins helst óbreyttur með dýpi ákvarðast grunntíðnin:

$$f_s = \frac{V_s}{4H} \quad (2.15)$$

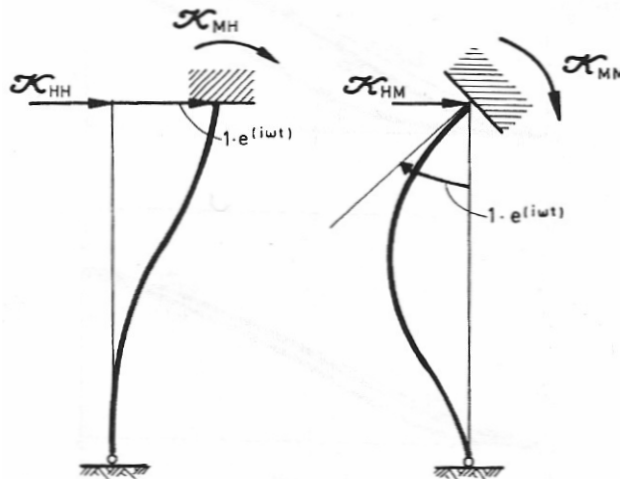
Hér er  $H$  heildarþykkt jarðvegs ofan klappar, sjá mynd 2.5. Þrjú lárétt hreyfðarfræðileg samviðnám,  $\kappa_{HH}$ ,  $\kappa_{HM} = \kappa_{MH}$  og  $\kappa_{MM}$  eru skilgreind á mynd 2.6 og einfaldar líkingar til ákvörðunar þeirra eru settar fram í töflu 2.1. Líkingarnar í töflu 2.1 gilda þó aðeins fyrir staura að heildarlengd ( $L$ ) lengri en reiknuð virk lengd staurisins í jarðveginum ( $l_c$ ).

$$L > l_c \quad (2.16)$$

Slíkir staurar nefnast sveigjanlegir staurar. Flestar raunverulegir staurar uppfylla skilyrðið hér að ofan. Líkingarnar í töflu 2.1 teljast nægilega nákvæmar, því þær eru ferilaðlöggun að fræðilegum lausnum. Vandinn er að velja rétta efniseiginleika fyrir jarðveginn. Samkvæmt töflu 2.1 ákvarðast hreyfðarfræðileg lárétt stífni:

$$K_{HH} = K_{stíðufr._{HH}} \cdot k_{HH} \quad (2.17)$$

Hér er lárétti stífnistuðullinn  $k_{HH}$  u.þ.b. jafn 1,0, því er ljóst að hreyfðarfræðileg stífni staks stauris er ekki tíðniháð ólíkt hreyfðarfræðilegri deyfni, sbr. töflu 2.1. Fyrir stakan staur í stauraþyrpingu er hins vegar hreyfðarfræðilega lárétta stífnin  $K_{HH}$  tíðniháð sökum samvirkniáhrifa, sbr. kafla 2.4.



**Mynd 2.6** Skilgreining mismunandi lárétts samviðnáms ( $\kappa = K + i\omega C$ ) staur er rekinn er niður í klöpp [Gazetas, 1991].

Jafnvel þar sem efsti hluti jarðvegs er einsleitur mun fjaðurstuðull hans breytast með stærð orsakaðrar streitu (e. induced stress), er fer lækkanði með dýpi. Önnur ólínuleg tilvik, líkt og bilmýndun milli staur og jarðvegs nærri yfirborði, flækir málin enn frekar. Ein nálgunarlausn væri að framkvæma viðeigandi álagstílaun á staur að fullri eða takmarkaðri stærð við raunaðstæður. Viðeigandi merkir hér að við álagstílaunina muni koma fram svipaðar færslur og þær er hægt er að búast við í lokahönnun [Gazetas, 1991].

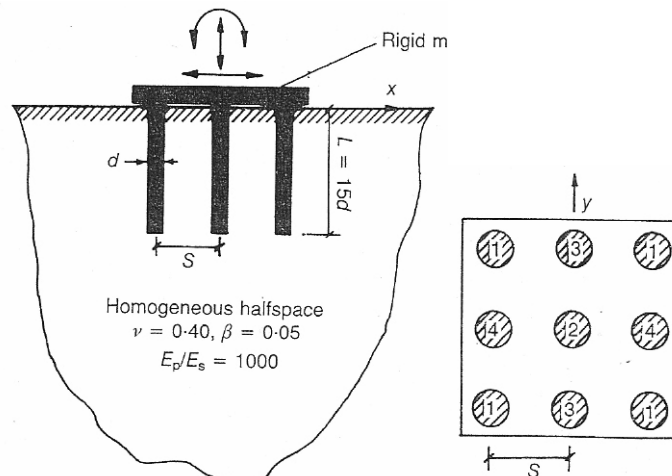
**Tafla 2.1** Líkingar til ákvörðunar hreyðarfræðilegrar lárétrrar stífni og deyfni staks staur.

Stöðufræðileg lárétt stífni (sveiflustífni):	$K_{HH} = dE_s(E_p/E_s)^{0,21}$
Láréttur (sveiflu) stífnistuðull:	$k_{HH} \approx 1$
Láréttur (sveiflu) deyfnistuðull: $C_{HH}$	fyrir $f > f_s$ , $D_{HH} \approx 0,80\beta + 1,10fd(E_p/E_s)^{0,17}V_s^{-1}$
$C_{HH} = 2K_{HH}D_{HH}/\omega$	fyrir $f \leq f_s$ , $D_{HH} \approx 0,50\beta$
Stöðufræðileg ruggustífni:	$K_{MM} = 0,15d^3E_s(E_p/E_s)^{0,75}$
Ruggu stífnistuðull:	$k_{MM} \approx 1$
Ruggu deyfnistuðull: $C_{MM}$	fyrir $f > f_s$ , $D_{MM} \approx 0,35\beta + 0,35fd(E_p/E_s)^{0,20}V_s^{-1}$
$C_{MM} = 2K_{MM}D_{MM}/\omega$	fyrir $f \leq f_s$ , $D_{MM} \approx 0,25\beta$
Stöðufræðileg sveiflu-ruggu krossstífni:	$K_{HM} = K_{MH} = -0,22d^2E_s(E_p/E_s)^{0,50}$
Sveiflu-ruggu kross stífnistuðull:	$k_{HM} = k_{MH} \approx 1$
Sveiflu-ruggu deyfnistuðull: $C_{HM}$	fyrir $f > f_s$ , $D_{HM} \approx 0,80\beta + 0,85fd(E_p/E_s)^{0,18}V_s^{-1}$
$C_{HM} = 2K_{HM}D_{HM}/\omega$	fyrir $f \leq f_s$ , $D_{HM} \approx 0,50\beta$

## 2.4 Hreyfðarfræðilegt samviðnám stauraþyrpingar (tregðusamvirkni)

### 2.4.1 Almennt

Hér er gerð grein fyrir ákvörðun hreyfðarfræðilegs samviðnáms stauraþyrpingar, sem innspennt er að ofan í stífa plötu (eða t.d. í brúarsökkul) m.t.t. staur-jarðvegs-staur samvirkni. Sú aðferðarfræði sem hér er beitt byggir að mestu á fræðigreini Dobry og Gazetas, (1988). Þar setja þeir fram einfalda aðferð til nálgunar á fræðilegri lausn eldri aðferðarfræði. Reikniaðferðirnar eru einfaldar og þægilegar til forritunar í reikniforriti. Viðfangsefni greinar Dobry og Gazetas er stauraþyrping í einsleitum jarðvegi sem verður fyrir tilviljunarkenndri lotubundinni örvun (e. arbitrary harmonic excitation), sjá mynd 2.7. Hreyfðarfræðilegum kröftum er beitt á hvern staur með stjarsfri plötunni sem þeir eru innpenntir í og verður hér athuguð lóðrétt, lárétt og ruggu (e. rocking) sveifluörvun. Jarðvegurinn er nálgaður sem línulega hysterískur með fjaðurstuðulinn  $E_s$ , Poissons hlutfallið  $\nu$ , efnisdeyfnihlutfallið  $\beta$  og skúfbylgjuhraðann  $V_s$ . Staurarnir eru gegnheilir sívalningur að lengd  $L$  og þvermáli  $d$ , staurarnir eru úr línulegu fjaðurefni með fjaðurstuðulinn  $E_p$ .



**Mynd 2.7** Þyrping níu staura ( $3 \times 3$ ) í einsleitum jarðvegi er verður fyrir hreyfðarfræðilegu álagi, þ.e. lóðréttri, ruggu eða láréttri sveifluörvun [Dobry og Gazetas, 1988].

Aðferðarfræðina er almennt hægt að nota óbreytta til ákvörðunar eiginleika stauraþyrpinga í einsleitum jarðvegi þar sem búið er að ákvarða hreyfðarfræðilegt samviðnám staks staur annaðhvort með útreikningum eða mælingum. Fyrir hverja tiltekna örvun af tíðni  $\omega$ , er hreyfðarfræðilegt samviðnám stauraþyrpingarinnar ( $\kappa^G$ ) skilgreint sem hlutfall heildar

örvunar (lóðréttis krafts  $F^G$ , láréttis krafts  $H^G$  eða rugguvægis  $M^G$ ) og tilheyrandi hreyfingar stífu innspennnu plötunnar (lóðrétt færsla  $w^G$ , lárétt færsla  $u^G$  eða snúningur  $\theta^G$ ). Til dæmis gildir fyrir lóðréttu sveifluörvun:

$$\kappa_z^G = K_z^G + ia_0 C_z^G = F^G / w^G \quad (2.18)$$

og á svipaðan hátt fyrir  $\kappa_x^G$  og  $\kappa_{rx}^G$  þar sem  $a_0 = \omega d / V_s$  er einingarlaus tíðni og  $i = \sqrt{-1}$ . Hreyfðarfræðilega stífnin  $K_a^G$  og deyfnin  $C_a^G$  (þar sem  $a = z, x$  eða  $rx$ ) standa fyrir jafngilda tíðniháða gorma og deyfnistuðla á stífu plötuna er koma í stað staura sem eru innspenntir í hana. Stærðirnar  $K_a^G$  og  $C_a^G$  standa fyrir stauraþyrpingu (e. group) á meðan stærðirnar  $K_a^S$  og  $C_a^S$  standa fyrir hreyfðarfræðilega stífni og deyfnu staks staur ákvarðaða við sömu tíðni  $f$ .

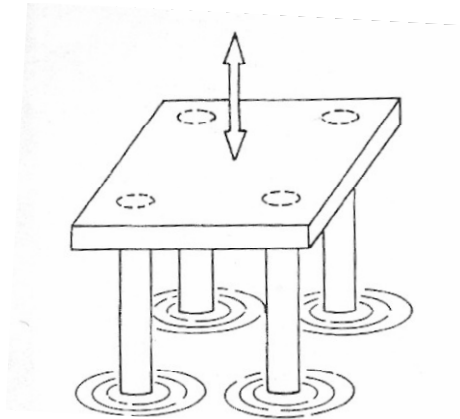
#### 2.4.2 Grunnforsendur aðferðarfræði

Hægt er að ákvarða svörun stauraþyrpingar með samvirknistuðlum er leiddir eru út með athugun á aðeins tveimur staurum hverju sinni. Gert er ráð fyrir að tilvist annarra staura muni ekki hafa áhrif á samspil milli þeirra tveggja staura sem athugaðir eru hverju sinni. Þetta merkir að við útreikninga á áhrifum staur  $p$  á staur  $q$  eru staurarnir þeirra á milli álitnir „gegnsær“, það er ekki svo fjarri raunveruleikanum í ljósi þess að þær bylgjulengdir ( $\lambda$ ) er máli skipta

$$\lambda > 6d \quad (2.19)$$

eru það stórar að bylgjur er breiðast út í jarðveginum „sjá“ ekki staurana. Þegar fjöldi staura í þyrpingu er orðinn mikill og bil milli staura tiltölulega skammt, mun hins vegar óhjákvæmilega draga úr samvirkni milli tveggja fjarlæggra staura í þyrpingunni sökum bylgjutvístrunar og samsvarandi skugga (e. shadows) af völdum millistaura. Til að leiða út áhrif hreyfingar virks staur  $p$  (e. active pile) á óvirkan staur  $q$  (e. passive pile) má skipta út staur  $q$  fyrir lengdarás hans og þannig sleppa því að taka tillit til vídda hans, nema þá kannski við mjög háa tíðni og fyrir þetta þyrpingu. Jafna (2.19) skýrir hvers vegna þessi nálgun kemur vel út, þ.e. þær formbreytingar er bylgjur er geisla frá staur  $p$  orsaka á hverjum punkti eftir útlínu staur  $q$  eru allar því sem næst samfasa sökum lágs þvermáls staur  $q$  ( $d < \lambda/6$ ). Þar af leiðandi er meðalaflögun óvirks staur  $q$  á gefnu dýpi u.þ.b. jöfn aflögun miðpunktsins, þ.e. á lengdarás viðeigandi staur.

Þegar virki staurinn  $p$  verður fyrir sveifluörvun á því tíðnisviði sem er áhugavert, í t.d. lóðréttu stefnu, er gert ráð fyrir því að sívalningsbylgjur geisli út frá staurjaðrinum meðfram lengd staur  $q$  og að þær dreifist geislalægt í lárétta stefnu. Þannig er gert ráð fyrir að sívalningsbylgjurnar streymi samtímis frá öllum punktum meðfram lengd staur  $q$  því að í einsleitum jarðvegi, breiðast þær út samfasa og mynda sívalnings bylgjustafn (e. wavefront) er hefur sameiginlegan langás með þeim staur er veldur bylgjunni sjá myndir 2.8 og 2.9.



**Mynd 2.8** Samsvörun milli sívalningsbylgjutilgátunnar fyrir stauraþyrpingu í jarðvegi og sívalningslaga vatnsbylgna við stöðuga örvun (e. steady state) [Dobry og Gazetas, 1988].

Athugandi (e. observer) staddur nærri stauraþyrpingunni mun sjá útbreiðslu og árekstur þessara sívalnings bylgjustafna líkt og á mynd 2.8. Er áætlað að breytileiki bylgju sveifluútvíks með dýpi meðfram sívalnings stafninum er berst að óvirka staurnum sé hliðstætt breytileika sveifluútvíka virka staursins, líkt og sjá má á mynd 2.9(b). Fyrir stöðuga lotubundna sveiflu virðist sú tilgáta að bylgjur eigi upptök sín samstundis meðfram allri lengd staursins vera raunhæf fyrir mörg tilvik hagnýts eðlis, sérstaklega:

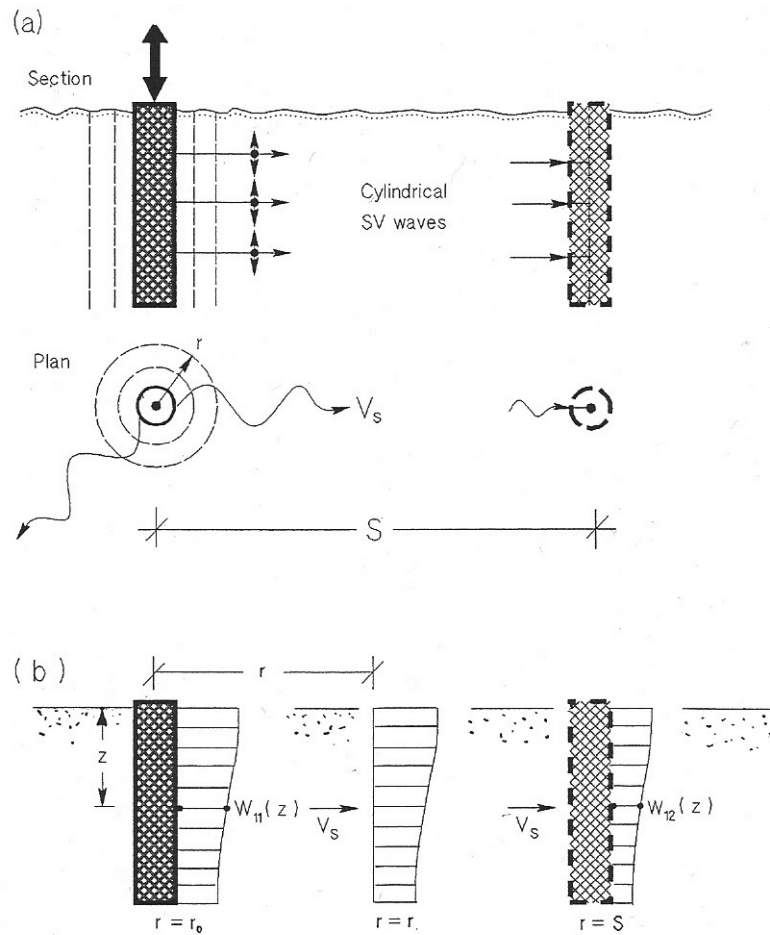
- Fyrir áslægt álag á staura á því tíðnisviði er okkur varðar um sýnast bylgjur dreifast niður eftir staurnum á nánast óendalegum fasahraða á meðan sjálf hreyfingin minnkar nánast veldislega (e. exponential) með dýpi, þ.e. allir punktar meðfram staurskaftinu hreyfast í fasa við örvunartíðnina.
- Fyrir lárétt álag dreifast bylgjur niður eftir staurnum á endanlegum fasahraða svo samtímis koma þeirra getur aðeins verið fyrsta nálgun.

### 2.4.3 Lóðrétt sveifluörvun

Aðeins er þörf á að vita tvær kennistærðir einsleits jarðvegs til að ákvarða hreyfðarfræðilegt samviðnám hans:

1. Skúfbylgjuhraða  $V_s$  og hysteríska deyfnihlutfall jarðvegsins  $\beta$ .
2. Hreyfðarfræðilegt samviðnám (e. dynamic impedance) fyrir þá tíðni er notuð er til ákvörðunar hreyfðarfræðilegs lóðréttis samviðnáms staks staurs ( $\kappa_z^S(\omega)$ ).

Áslæg stífni og rengla staurs koma aðeins við sögu þegar ákvarða þarf samviðnám staks staurs. Samviðnám staks staurs var sett fram í kafla 2.3.1.



**Mynd 2.9** Hugtakið „sívalningslaga bylgjustafur“ myndar grunn einfaldrar aðferðarfræði til ákvörðunar samvirkni stauraþyrpingar í einsleitum jarðvegi: (a) útbreiðsla SV bylgja (lóðréttra S-bylgja) frá sveiflandi staur, (b) dreifing færsluútvika með dýpi heldur stöðugri lögun um leið og bylgjunar dreifast geislalægt og ná um síðir til næsta staur [ Makris og Gazetas, 1991].



Ef athugaðir eru tveir nákvæmlega eins staurar,  $p$  og  $q$ , aðskildir af fjarlægðinni  $S$  milli langása þeirra, er hægt að setja fram áhrif sveiflu staur  $p$  á svörun staur  $q$  á einfaldan hátt með hjálp hreyfðarfræðilegs tíðniháðs samvirknistuðuls  $\alpha_v$ .

$$\alpha_v = \alpha_v(\omega) = \frac{w_{qp}}{w_{qq}} \quad (2.20)$$

$w_{qp}$  = Aukin færsla staur  $q$  af völdum staur  $p$ .

$w_{qq}$  = Eiginfærsla staur  $q$  af völdum hreyfðarfræðilegs álags.

Hreyfðarfræðilega færslusviðinu um virka staurinn  $p$  má lýsa með eftirfarandi sívalningsbylgjujöfnu:

$$w(r) = A \frac{1}{\sqrt{r}} \exp(-\beta \omega r / V_s) \exp \left[ i\omega \left( t - \frac{r}{V_s} \right) \right] \quad (2.21)$$

Hér er  $r$  lárétt fjarlægð frá miðjuás staur  $p$  og  $A = A(z)$  er útvíksstuðull. Athugun á framsetningu sívalningsbylgjunnar hér að ofan leiðir í ljós að:

- Útvík hreyfingarinnar deyfast í réttu hlutfalli við  $r^{-1/2}$  margfaldað með hysteríska deyfniháða stuðlinum  $\exp(-\beta \omega r / V_s)$ .
- Fasamunur (e. phase lag) hreyfingarinnar á ákveðnum stað innan jarðvegsins er eingöngu fall af geislalægu fjarlægðinni  $r$ .

Í langás nærliggjandi staur,  $q$  í fjarlægðinni  $r = S$ , verður jafnan hér að ofan:

$$w_{qp} = w(r = S) = A \frac{1}{\sqrt{S}} \exp(-\beta \omega S / V_s) \exp \left[ i\omega \left( t - \frac{S}{V_s} \right) \right] \quad (2.22)$$

Áætlað er að  $w_{qp}$  hafi sama gildi í útjaðri staur  $q$ . Til ákvörðunar færslunnar  $w_{pp}$  fyrir staur  $q$  sökum eigin hreyfðarfræðilegs álags, er jöfnu (2.21) beitt enn á ný og gefur hún nálgunarlausnina:

$$w_{qq} = A \frac{1}{\sqrt{r_0}} \exp(i\omega t) \quad (2.23)$$

Hér er  $r_0 = d/2$ , þ.e. radíus staur  $q$ . Jafna (2.23) segir að enginn tímamunur er á milli miðjuás og jaðars staur er sveiflast undan eigin álagi. Með því að deila í jöfnu (2.22) (fyrir  $r = S$ ) með jöfnu (2.23) fæst nálgunarjafna fyrir samvirknistuðulinn,  $\alpha_v$ .

$$\alpha_v = \left( \frac{S}{r_0} \right)^{-1/2} \exp(-\beta \omega S / V_s) \exp(-i\omega S / V_s) \quad (2.24)$$

Þessi jafna er allt sem til þarf til ákvörðunar á hreyfðarfræðilegri lóðréttu svörun staurþyppingar þegar hreyfðarfræðilegt lóðrétt samviðnám staur  $\kappa_z^S$  er tiltækt.

Líkingarnar er leiddar voru út hér að framan verða nú notaðar til að reikna svörun staurþyppingu 4 staura ( $2 \times 2$ ), sjá mynd 2.8. Lárétt fjarlægð milli grannstaura er  $S$  en fjarlægðin milli andstæðra hornstaura er  $S\sqrt{2}$ . Lóðrétt örvunarálag á hvern staur

stauraþyrpingarinnar er gefið  $F \cdot \exp(i\omega t)$ . Lóðrétt færsla stauranna er sú sama,  $w \cdot \exp(i\omega t)$ , færslu staks stauris í þyrpingunni er hægt að reikna sem:

$$\begin{aligned} w_1 &= w_{22} + 2w_{12} + w_{14} \\ &= w_{11}(1 + 2\alpha_{12} + \alpha_{14}) \\ &= \frac{F}{\kappa_z^S} [1 + 2\alpha_v(S) + \alpha_v(S\sqrt{2})] \end{aligned} \quad (2.25)$$

Af því leiðir að samviðnám þyrpingarinnar verður

$$\kappa_z^G = \frac{4F}{w_1} = \frac{4\kappa_z^S}{1 + 2\alpha_v(S) + \alpha_v(S\sqrt{2})} \quad (2.26)$$

Hér er  $\alpha_v(S\sqrt{2})$  lóðréttur samvirknistuðull fyrir fjarlægðina  $S\sqrt{2}$ . Athuga ber einnig ákvörðun samviðnáms og heildar áslægs krafts stauraþyrpingu 9 staura ( $3 \times 3$ ), sbr. mynd 2.7, þar sem ekki er sama einfalda samhverfan og hjá 4 staura þyrpingunni hér að framan. Færsla hvers stauris í þyrpingunni er áfram sú sama sökum þess að þeir eru innspenntir en kraftur á hvern staur er misjafn.  $F_1$  stendur fyrir álag á hornstaurana,  $F_2$  standur fyrir álag á miðjustaurinn og  $F_3 = F_4$  stendur fyrir álag á aðra staura, sjá mynd 2.7. Lóðrétt færsla stauris nr. 2 reiknast:

$$\begin{aligned} w_2 &= w_{22} + 4w_{21} + 4w_{23} \\ &= \frac{F_2}{\kappa_z^S} + \frac{4F_1}{\kappa_z^S} \alpha_v(S\sqrt{2}) + \frac{4F_3}{\kappa_z^S} \alpha_v(S) \end{aligned} \quad (2.27)$$

Áþekkar jöfnur má skrifa fyrir  $w_1$  og  $w_3$  og fá þannig jöfnuhneppi þriggja algebrískra jafna þar sem kraftarnir  $F_1$ ,  $F_2$  og  $F_3$  eru leiddir út sem fall af sameiginlegu færslunni,

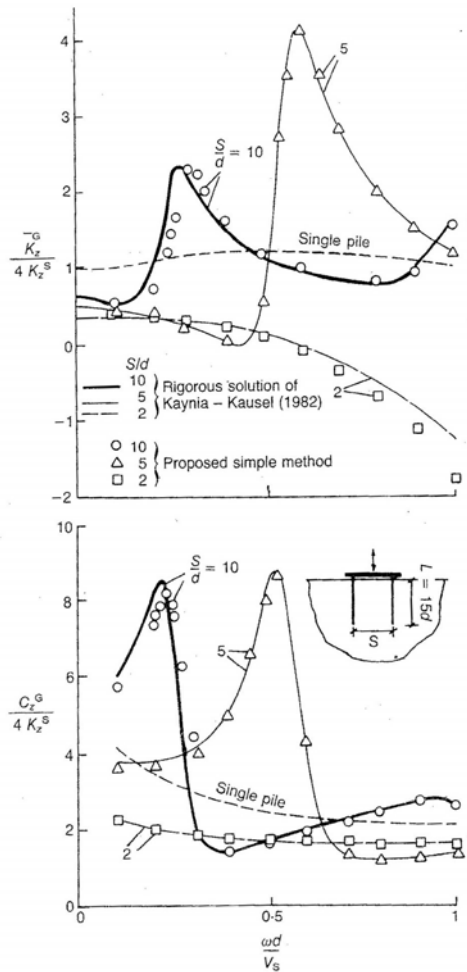
$$w_1 = w_2 = w_3 = w^G \quad (2.28)$$

Að lokum er skv. jafnvægis-skilyrðinu:

$$F_2 + 4F_1 + 4F_3 = F^G \quad (2.29)$$

Hér er  $F^G$  heildar álagið á plötu ofan stauraþyrpingarinnar, það er allt sem þarf til ákvörðunar  $w^G$  og þar með einnig ákvörðunar krafts á staka staura. Hreyfðarfræðilegt samviðnám stauraþyrpingarinnar  $\kappa_z^G/w^G$  jafngildir svo  $F^G/w^G$ .

Hreyfðarfræðilega svörun þyrpingar 4 staura ( $2 \times 2$ ) má sjá á mynd 2.10, þar sem teiknuð er heildar hreyfðarfræðileg stífni  $K_z^G$  og deyfni  $C_z^G$  stauraþyrpingarinnar á móti summu hreyfðarfræðilegrar stífni jafnmargra stakra staura án samvirkniáhrifa. Ef  $n$  nákvæmlega eins staurar væru í stauraþyrpingunni án samvirkniáhrifa yrði summa hreyfðarfræðilegrar stífni þeirra  $K_z^G = nK_z^S$ . Ef engin samvirkni væri milli staura myndu ferlar mismunandi hlutfalla  $S/d$  (fjarlægð milli staura/þvermáli staura) falla saman við ferilinn fyrir stakan staur (sbr. mynd 2.10).



**Mynd 2.10** Normeruð hreyfðarfræðileg lóðrétt stífni og deyfni 4 staura þyrpingar ( $2 \times 2$ ) sem fall af einingarlausri tíðni. Samanburður aðferðarfræði við flóknari lausn ( $E_p/E_s = 1000$ ,  $L/d = 15$ ) [Dobry og Gazetas, 1988].

Fyrir mjög þétta stauraþyrpingu ( $S/d = 2$ ) sýna hreyfðarfræðilegir stífni og deyfnistuðlar stauraþyrpingarinnar jafnan breytileika með tíðni, því stauraþyrpingin hegðar sér þá áþekkt og einangruð innfelld (e. embedded) undirstaða. Á meðan deyfnistuðlarnir haldast að mestu jafnir á tíðnibili myndar 2.10, fer hreyfðarfræðilega stífni minnkandi með aukinni tíðni og nær neikvæðu gildi við hærri tíðni. Til útskýringar á þessum mun er hægt að benda á jöfnu (2.19), þ.e.  $\lambda > 6d$  en fyrir mjög þétta stauraþyrpingu ( $S = 2d$ ) er bylgjulengd sveifluörvunar,

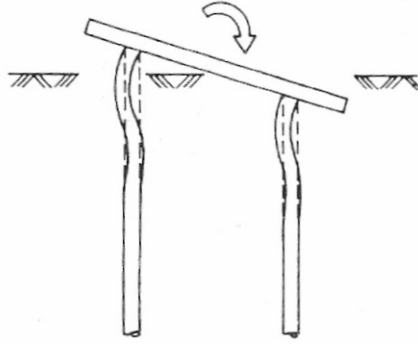
$\lambda$ , minnst þrefalt stærri en  $S$ . Þar af leiðandi hefur jarðvegsmassinn milli stauranna tilhneigingu til að sveiflast í fasa með staurunum og því er svörun stauraþyrpingarinnar og jarðvegsins líkt og fyrir eina heild. Hegðun stauraþyrpingar þar sem bil milli einstakra staura er mun meira ( $S/d = 5$  eða  $10$ ) er mun flóknari, þar sem stífni og deyfni ferlar hafa há- og lággildi sem eru háð bæði stærð stauraþyrpingarinnar og bili milli staura. Við lága upphafstíðni lækkar stífni þyrpingarinnar undantekningarlaust með tíðni, þar sem bylgjulengdirnar eru nógu langar samanborið við stauraþéttleikann ( $\lambda > 3S$ ) og jarðvegurinn milli stauranna hreyfist í fasa með staurunum (heildarsvörun). Handan við ákveðið tíðnimark kemur samt sem áður fram fyrirbrigðið bylgjutruflun (e. wave interference) er verður ráðandi fyrir svörun jarðvegsins og stauraþyrpingarinnar. Þessi takmarkandi tíðni er í grundvallaratriðum óháð stærð þyrpingarinnar en minnkar með vaxandi bili milli staura. Takmarkandi tíðnin er lauslega áætlað jöfn  $\omega d/V_s = 40$  fyrir  $S/d = 5$  og jöfn  $\omega d/V_s = 0,15$  fyrir  $S/d = 10$ . Þegar tíðnin verður meiri en takmörkunargildið leiðir samvirkni milli staura til gildis á hreyfðarfræðilegri stífni stauraþyrpingarinnar er getur hugsanlega farið langt fram yfir einingargildi (e. unity) og gildi fyrir stakan staur (e. single-pile factor). Ráðandi hágildi ráðast fyrir hvert tilfelli af þeirri bylgjulengd  $\lambda$  sem er u.þ.b. tvisvar sinnum bilið milli stauranna  $S$ . Skýringin er einfaldlega sú að þegar  $S = \lambda/2$  eða almennt

$$S = \lambda \left( \frac{1}{2} + n \right) \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (2.30)$$

að þegar sívalningsbylgjur sem eiga upptök sín við staur  $p$  í ákveðnum fasa koma að grannlægum staur  $q$  í nákvæmlega gagnstæðum fasa, valda þær færslunni  $w_{qp}$  sem er neikvæð samanborið við færsluna  $w_{qq}$  sökum álags á staur  $q$ . Af þessum sökum verður hreyfðarfræðilegi samvirknistuðullinn  $\alpha_v$  neikvæður og þörf er á að beita meiri krafti á staur  $q$  til að þvinga fram ákveðið færsluútvik.

#### 2.4.4 Ruggu sveifluörvun (e. rocking)

Ruggun staura sem innspenntir eru í stífa plötu (e. rigid cap) orsakar bæði áslæga og snúningslega aflögun (sjá mynd 2.11). Gert er ráð fyrir að engin samvirkni eigi sér stað sökum snúningsaflögun hvers stauris í stauraþyrpingunni. Slíkrar aflögunar (þegar lárétt færsla plötunnar er engin) verður aðeins vart niður á dýpi sem svarar til lágs margfeldis af þvermáli staurisins. Af þessum sökum eru nálægir staurar utan áhrifasvæðis hvors annars fyrir þessi áhrif. Þar af leiðir að þó bæði áslæg og snúnings aflögun stauris  $q$  sé athuguð í stauri  $q$  fyrir eigin álag, eru það aðeins áhrif hreyfingar frá stauri  $p$  á áslæga aflögun stauris  $q$  sem er athugað.



**Mynd 2.11** Afögun staura og hreyfðarfræðileg ruggusvörun [Dobry og Gazetas, 1988].

Hér er sett upp reikningsdæmi ruggunar fyrir 4 staura þyrpingu ( $2 \times 2$ ). Snúningi stífu plötunnar um hornið  $\theta^G$  er veitt mótstaða af tveimur þörum áslægra krafta,  $F_1 \cdot \exp(i\omega t)$  og  $F_1 \cdot \exp(i\omega t + \pi)$  ásamt vægjunum:

$$\Delta M_1 = \Delta M_2 = \Delta M_3 = \Delta M_4 = \kappa_{rx}^S \theta^G \exp(i\omega t) \quad (2.31)$$

Áslægu kraftarnir og færslur stauranna tengjast á eftirfarandi hátt:

$$\begin{aligned} w_i &= w_{i1} + w_{i2} + w_{i3} + w_{i4} \\ &= w_{i1}(1 + \alpha_{i2} + \alpha_{i3} + \alpha_{i4}) \\ &= \frac{F_1}{\kappa_z^S} [1 - \alpha_v(S) + \alpha_v(S) - \alpha_v(S\sqrt{2})] \\ &= \frac{F_1}{\kappa_z^S} [1 - \alpha_v(S\sqrt{2})] \end{aligned} \quad (2.32)$$

Áhrif stauranna, er sveiflast við sama færslu útvik en í gagnstæðum fasa, vega hver á móti öðru og styttest því út, svo aðeins áhrif þess staur sem reiknað er fyrir og gagnstæðs hornstaur eru eftir. Athugun vægisjafnvægis leiðir til:

$$M^G = 4\Delta M + \sum (F_i x_i) \quad (2.33)$$

Þaðan fæst ruggu samviðnámið:

$$\kappa_{rx}^G = M^G / \theta^G = 4\kappa_{rx}^S + \kappa_z^S S^2 \frac{1}{1 - \alpha_v(S\sqrt{2})} \quad (2.34)$$

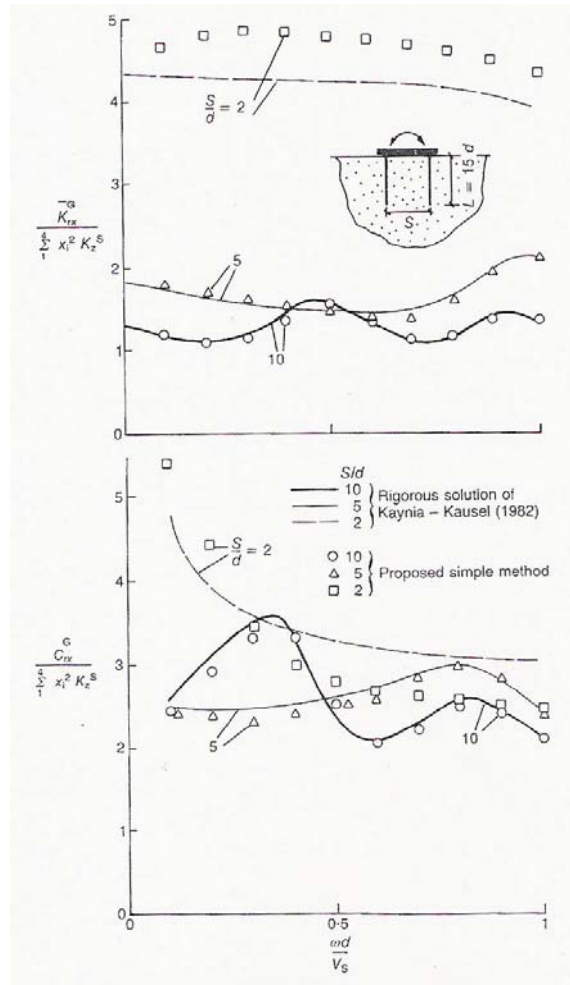
Ef fylgt er sömu aðferð og hér á undan er hægt að leiða út hreyfðarfræðilegt ruggu samviðnám fyrir mun stærri stauraþyrpingar. Mynd 2.12 sýnir ruggusvörun um  $x$ -ás (annan höfuðásinn) 4 staura stauraþyrpingar ( $2 \times 2$ ), sbr. mynd 2.8. Hreyfðarfræðilega ruggustífnin og ruggudeyfnin  $K_{rx}^G$  og  $C_{rx}^G$  deilt í með  $\sum_{i=1,n} x_i^2 K_z^S$ , eru teiknuð sem föll af  $\omega d/V_s$  og  $S/d$ . Summan hér á undan stendur fyrir framlag áslægrar stöðufræðilegrar stífni staks staur til ruggustífni stauraþyrpingarinnar (sjá jöfnu 2.33) með  $\Delta M = 0$  og  $F_i = \kappa_z^S x_i$ .

Tilhneigingar ferlanna á mynd 2.12 er hægt að útskýra með því að nota áþekkar röksemdir og færðar voru fram fyrir lóðréttu sveifluörvun. Fyrir  $2 \times 2$  stauraþyrpingu sést að stífnir hennar breytist nokkuð jafnt með tíðni. Þetta er sökum lítillar samvirkni við snúningslega aflögun á efri hluta hvers staur og einnig vegna stauraparanna tveggja sitt hvoru megin  $x$ -ásins er sveiflast áslægt  $180^\circ$  úr fasa. Af þeim sökum mynda þeir (sívalningslaga) bylgjusvið er leitast við að vega upp á móti samspili hinna staurana tveggja er sveiflast í sama fasa.

Afleiðing þessa er sú að hágildi  $K_x^G$  á mynd 2.12, er samsvara hámarks bylgjutruflun (e. interference), eiga sér stað þegar fjarlægðin milli hornstauranna tveggja  $S\sqrt{2}$  jafngildir heillri bylgjulengd  $\lambda$ . Þetta skilyrði gefur tíðnistuðulinn:

$$\omega d / V_s = \pi\sqrt{2} (S/d)^{-1} \quad (2.35)$$

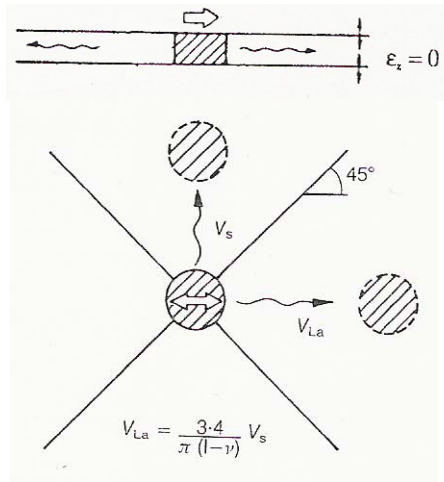
sem fyrir  $S/d = 10, 5$  og  $2$  gefur u.þ.b.  $\omega d / V_s = 0,45, 0,90$  og  $2,22$  í áður nefndri röð, þessi gildi eru í samræmi við niðurstöður á mynd 2.12.



**Mynd 2.12** Hreyfðarfræðileg ruggustifni og deyfni 4 staura þyrpingar (2×2) í einsleitum jarðvegi sem fall af einingarlausri tíðni. Samanburður einfaldrar aðferðarfræði við flóknari lausn ( $E_p/E_s = 1000$ ,  $L/d = 15$ ) [Dobry og Gazetas, 1988].

### 2.4.5 Lárétt sveifluörvun

Fyrir lárétta sveifluörvun staurabýrpingar er lárétti samvirknistuðullinn  $\alpha_h$  við ákveðna tíðni,  $\omega$ , ekki aðeins háður fjarlægðinni  $S$  milli stauranna heldur einnig horninu  $\theta$  milli þeirra og stefnu sveifluörvunarinnar, sbr. mynd 2.13.



**Mynd 2.13** Áætlaðir sýndarhraðar (e. apparent velocities) bylgja er geisla út frá stökum staur við einátta lárétta sveifluörvun [Dobry og Gazetas, 1988].

Eigi að síður er fullnægjandi að reikna  $\alpha_h$  aðeins fyrir hornin  $0^\circ$  og  $90^\circ$  og nota þá útreikninga til að fá mat fyrir önnur horn,  $\theta$ , samkvæmt jöfnu (2.36):

$$\alpha_h(\theta^\circ) = \alpha_h(0^\circ) \cos^2 \theta + \alpha_h(90^\circ) \sin^2 \theta \quad (2.36)$$

Ákvörðun á stærð  $\alpha_h(0^\circ)$  og  $\alpha_h(90^\circ)$  er samkvæmt mynd 2.13. Myndin segir að þegar hornið milli sveifluörvunar virks staur og línu í óvirkan staur er  $90^\circ$  verður óvirki staurinn að mestu fyrir áhrifum S-bylgja er geisla út frá virka staurnum á fasahraðanum  $V_s$ . Óvirkur staur þar sem lína í virkan staur fellur við átt sveifluörvunar (milli línanna tveggja er hornið  $0^\circ$ ) verður fyrir áhrifum samþjöppunar-þennslu bylgna (e. compression-extension waves) er berast frá virka staurnum á fasa hraða er virðist vera u.þ.b. jafn svokölluðum Lysmer's líkingar hraða:

$$V_{La} = 3,4 \frac{V_s}{\pi(1-\nu)} \quad (2.37)$$

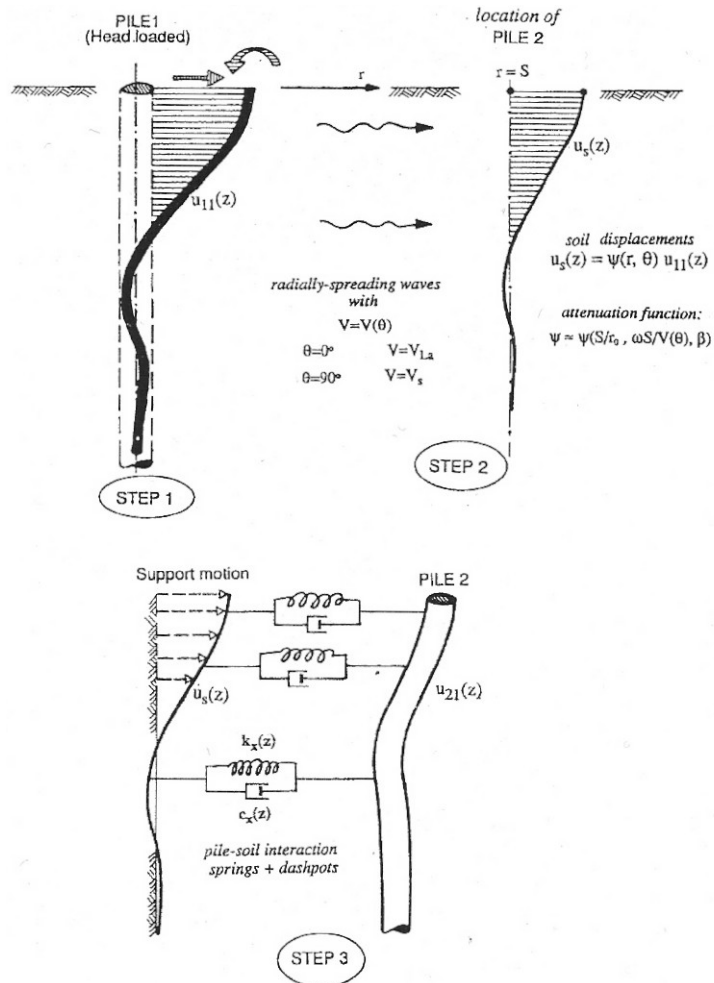
þar sem  $\nu$  er Poissons hlutfallið. Því er fyrsta nálgun fyrir samvirknistuðulinn:

$$\alpha_h(90^\circ) = \alpha_\nu \quad (2.38)$$

$$\alpha_h(0^\circ) = \alpha_{h0} = \left( \frac{S}{r_0} \right)^{-1/2} \exp(-\beta \omega S / V_{La}) \exp(-i\omega S / V_{La}) \quad (2.39)$$



Athuga nú endurbætta aðferðarfræði til ákvörðunar hreyfðarfræðilegrar láréttar svörunar stauraþyrpingar skv. fræðigreini Makris og Gazetas (1992), sbr. mynd 2.14.



**Mynd 2.14** Skýringarmynd af 3 þrepa aðferð til að reikna áhrif láréttar lotubundinar sveifluörvunar á efsta hluta virks stauris fyrir aðliggjandi staura [Makris og Gazetas, 1991].

Athugaður er óvirki staurinn, nr. 2, sem er í fjarlægðinni  $r = S$  frá virka staurinum nr. 1, sbr. mynd 2.14. Jarðvegsfærslusviðið er gefið sem:

$$u_s(r, \theta, z) = U_s \exp(i\omega t) = \psi(r, \theta) u_{11}(z) \quad (2.40)$$

og hefur það áhrif á óvirka staurinn nr. 2. Stífni staurins veitir viðnám gegn láréttum formbreytingum og afleiðing þessa verður umbreytt hreyfing snertiflatarins milli jarðvegs og staur. Þetta efnislega (e. physical) fyrirbrigði er í vissum skilningi andstæða skrefs 1 (step 1, sjá mynd 2.14). Í skrefi 1 orsakar virki staurinn færslur í jarðveginum, en í skrefi 3 aftur á móti orsakar jarðvegurinn færslur í óvirka staurnum.

Til að lýsa eðli þessarar áraunar er notað hið almenna Winkler líkan í skrefi 1 (sjá kafla 2.2.2). En nú eru það gormar og demparar skv. Winkler líkaninu sem örvaðir eru með jarðvegsfærslunni  $u_s(r, \theta, z)$  og beita þeir dreifðu álagi meðfram staurnum, sem jafngildir nettó færslunni  $(u_s - u_{21})$  margfaldað með samviðnáminu  $K_x + i\omega C_x$ , þar sem  $u_{21} = u_{21} \exp(i\omega t)$  stendur fyrir láréttar formbreytingar staur 2, þ.e. óvirka staurins. Hreyfðarfræðilegt jafnvægi fyrir staur 2 gefur

$$E_p I_p \frac{d^4 U_{21}}{dz^4} + (k_x + i\omega c_x - m\omega^2) U_{21} = (k_x + i\omega c_x) U_s \quad (2.41)$$

eða eftir að  $U_s$  skv. jöfnu (2.40) hefur verið stungið inn í jöfnu (2.41):

$$E_p I_p \frac{d^4 U_{21}}{dz^4} + (k_x + i\omega c_x - m\omega^2) U_{21} = (k_x + i\omega c_x) \psi(r, \theta) U_0 e^{-\lambda z} (\cos \lambda z + \sin \lambda z) \quad (2.42)$$

Lausn á jöfnu (2.42) fæst með notkun Laplace ummyndunar.

$$U_{21}(z) = \frac{3}{4} \psi(r, \theta) \left( \frac{k_x + i\omega c_x}{k_x + i\omega c_x - m\omega^2} \right) \times U_0 e^{-\lambda z} (\cos \lambda z + \sin \lambda z + \frac{2}{3} \lambda z \sin \lambda z) \quad (2.43)$$

Lausnin er svörum óvirka staurins. Samvirknistuðullinn milli staura verður:

$$\alpha_{21} = \frac{3}{4} \psi(r, \theta) \frac{k_x + i\omega c_x}{k_x + i\omega c_x - m\omega^2} \quad (2.44)$$

Í grein Dobry og Gazetas er ekki tekið tillit til skrefs 3 á mynd 2.14 og samvirknistuðullinn er einfaldlega  $\alpha_{21} = \psi(r, \theta)$ . Útreikningar hér að framan skv. skrefum 1-3 voru því samkvæmt grein Makris og Gazetas (1992). Fyrir 2×2 staurþyrpingu er ekki marktækur munur á milli nálgunaraðferðanna tveggja. En fyrir 3×3 staurþyrpingu leiðir nýi samvirknistuðullinn (jafna (2.44)) til niðurstöðu sem eru mun nær fræðilegri lausn, þar sem hámarks misræmi milli nálgunar- og fræðilegrar lausnar er minnkað nærri því tvöfalt.

Hér er reiknað dæmi fyrir þyrpingu 4 staura (2×2) sbr. mynd 2.8, er verður fyrir láréttri sveifluörvun með útvík færslu  $u \cdot \exp(i\omega t)$  án snúnings. Samvirknistuðullinn milli gagnstæðra hornstaura er samkvæmt jöfnu (2.36)

$$\alpha_h(45^\circ) = \frac{1}{2} (\alpha_v + \alpha_{h0}) \quad (2.45)$$

Þegar  $\kappa_h^S$  stendur fyrir lárétt samviðnám staks staus gildir eftirfarandi samband milli sameiginlegu færslunnar  $u$  og sameiginlegs krafts á hvern og einn staur  $P_h$  er ákvarðast:

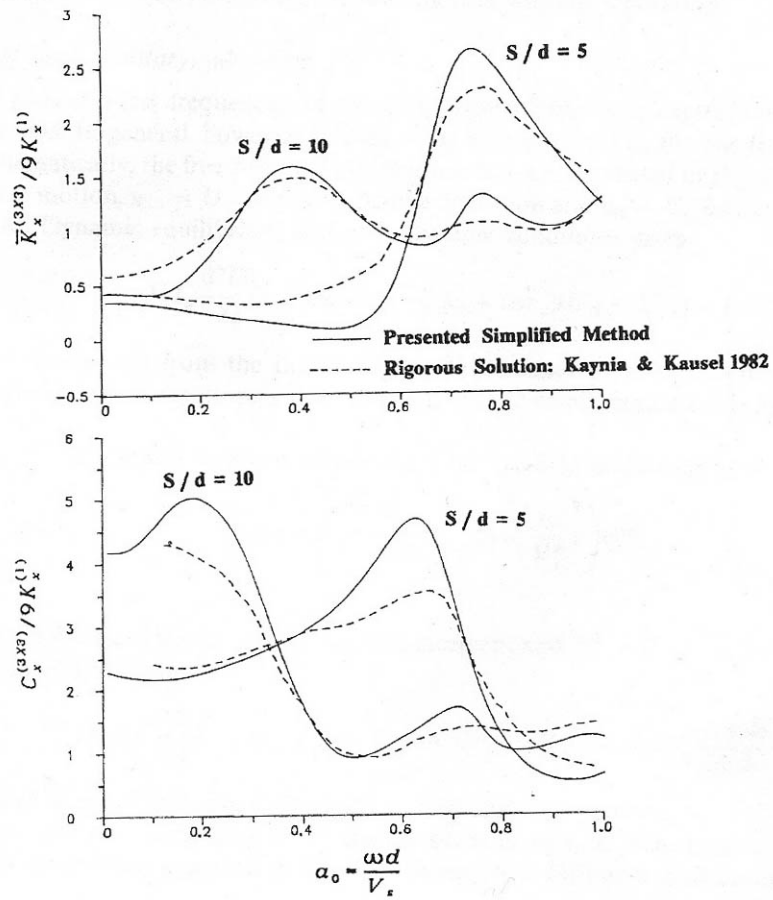
$$\begin{aligned} u^G &= u_{11} + u_{12} + u_{13} + u_{14} \\ &= u_{11} (1 + \alpha_{12} + \alpha_{13} + \alpha_{14}) \\ &= \frac{P_h}{\kappa_h^S} \left\{ 1 + \alpha_{h0}(S) + \alpha_v(S) + \frac{1}{2} \times [\alpha_v(S\sqrt{2}) + \alpha_{h0}(S\sqrt{2})] \right\} \end{aligned} \quad (2.46)$$

Þar af leiðandi er hreyfðarfræðilegt samviðnám  $2 \times 2$  staurþyrpingar:

$$\kappa_h^G = \frac{4P_h}{u^G} = \frac{4\kappa_h^S}{1 + \alpha_v(S) + 0,5\alpha_v(S\sqrt{2}) + \alpha_{h0}(S) + 0,5\alpha_{h0}(S\sqrt{2})} \quad (2.47)$$

Á svipaðan hátt má leiða út lárétt samviðnám stærri staurþyrpinga.

### 3 X 3 Pile Group



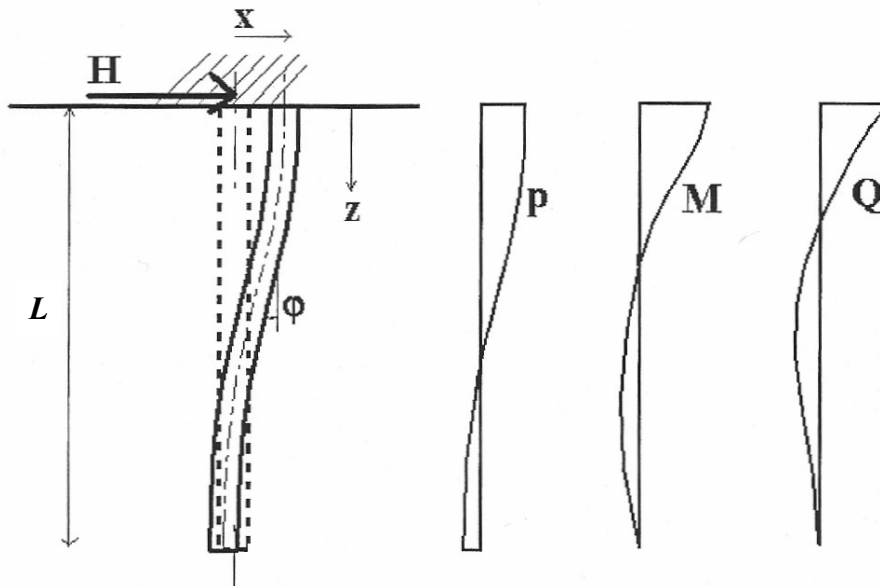
**Mynd 2.15** Hreyfðarfræðileg stífni og deyfni sem fall af tíðni. Samanburður einfaldrar aðferðarfræði við flóknari lausn fyrir 3×3 stauraþyrpingu innspenntrar í stífa plötu ( $E_p/E_s = 1000$ ,  $\rho_p/\rho_s = 1,42$ ,  $L/d = 15$ ,  $\nu = 0,4$  og  $\beta = 0,05$ ) [Makris og Gazetas, 1991].

## 2.5 Vægis- og kraftáraun á staka staura

Stöðufræðileg vægis- og kraftáraun á staka staura er ákvörðuð. Ef lárétta álagi er beitt á stakan staur í jarðvegi, mun jarðvegurinn halda við staurinn. Hegðun þessa viðnámskrafts er háð samvirkni hinna ólíku aflfræðilegu eiginleika stausins og jarðvegsins. Hér er beitt svokallaðri undirstöðustuðulsáðferð (e. bedding modulus method) til ákvörðunar á nálgunarlausn fyrir samvirkni stausins og jarðvegsins. Viðnámskraftur jarðvegsins á staurinn er skilgreindur sem álagið,  $P(z)$ , sbr. mynd 2.16. Á dýpi  $z$  er  $P(z)$  í réttu hlutfalli við lárétta aflögun stausins,  $x(z)$ .

$$P = k \cdot x \quad (2.48)$$

Hér er  $k$  svokallaður undirstöðustuðull (e. bedding modulus, þ. bettungsmodul) er hefur eininguna kraftur/lengd<sup>2</sup>.



**Mynd 2.16** Láréttur kraftur  $H$  lagður á staur innspenntan að ofan í t.d. stífa plötu. Álag jarðvegs á staurinn ( $P$ ), vægisáraun ( $M$ ) og kraftáraun ( $Q$ ) á stakan staur [Kudella, 2003].

Almennt er þó ekki notast við jafndreifða álagið  $P(z)$ , heldur lárétta spennuna  $\sigma_h$ , sem er í réttu hlutfalli við lárétta færslu stausins:

$$\sigma_h = k_s \cdot x \quad (2.49)$$

Hlutfallið  $k_s$  er einnig nefnt undirstöðustuðull en hefur eininguna kraftur/lengd<sup>3</sup>. Nálganirnar er settar voru fram í jöfnu (2.48) og (2.49) tengjast með líkingunni:

$$P = \sigma_h \cdot D \quad (2.50)$$

Hér er  $D$  þvermál eða breidd staur, því gildir:

$$k = k_s \cdot D \quad (2.51)$$

Þegar ítarlegar upplýsingar um jarðvegsaðstæður vantar er undirstöðustuðullinn oft settur jafn fjaðurstuðli jarðvegs,  $E_s$ :

$$k \approx E_s \quad \text{eða} \quad k_s \approx \frac{E_s}{D} \quad (2.52)$$

Fjaðurstuðull jarðvegsins er oftast spennuháður og breytilegur með dýpi en í líkingunum hér á eftir er gert ráð fyrir að jarðvegurinn sé einsleitur og undirstöðustuðullinn er því fast gildi. Við lárétta álagsáraun  $H$  á efri hluta staur við yfirborð jarðvegs og álagið  $P(z)$  mun staurinn aflagast samkvæmt diffurjöfnu bitalíkans:

$$E \cdot I \frac{d^4 x}{dz^4} = -k \cdot x \quad (2.53)$$

Almenn lausn diffurjöfnunnar er:

$$x(z) = \sinh \zeta (C_1 \sin \zeta + C_2 \cos \zeta) + \cosh \zeta (C_3 \sin \zeta + C_4 \cos \zeta) \quad (2.54)$$

Hér er:

$$\zeta = \frac{z}{l_{el}} \quad (2.55)$$

$$l_{el} = \sqrt[4]{\frac{4E \cdot I}{k}} \quad \text{eða} \quad l_{el} = \sqrt[4]{\frac{4E \cdot I}{k_s \cdot D}} \quad (2.56)$$

Stuðlarnir í jöfnu (2.54),  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  og  $C_4$  eru ákvarðaðir samkvæmt randskilyrðum bitajöfnunnar. Í lausn á jöfnu (2.53) kemur fyrir renglutalan  $\lambda$ , sbr. jöfnu (2.59).

$$\lambda = L / l_{el} \quad (2.57)$$

Renglutalan kemur að góðum notum við að meta stífnihlutfallið milli staur og viðnám jarðvegs. Staurar eru flokkaðir á eftirfarandi hátt eftir renglu þeirra:

- grannur,  $\lambda > 5$ .
- stuttur/þéttur,  $1 < \lambda < 5$ .
- stífur/innspenntur,  $0 < \lambda < 1$ . Stífur staur beygist aðeins lítillega því hann er stuttur ( $L \ll l_{el}$ ) eða stífleiki hans er mun hærri en aðliggjandi jarðvegs ( $E_p I \gg k$ ).

Þegar staur er innspenntur að ofan í stífa plötu gilda randskilyrðin:

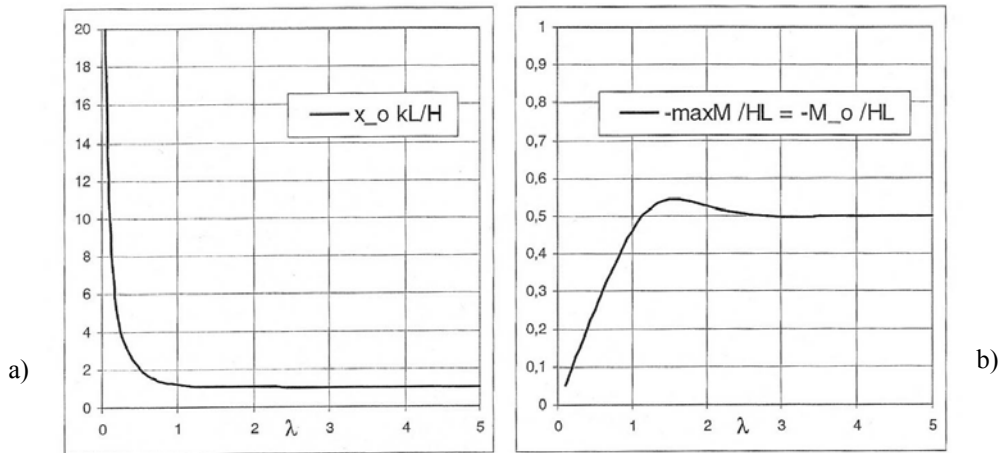
$$x''(l) = 0, \quad x'''(l) = 0, \quad x'(0) = 0, \quad x'''(0) = h / (EI) \quad (2.58)$$

Eru þá komin randskilyrði til lausnar jöfnu (2.54). Mesta færsla og vægisáraun fyrir staurinn eru við efsta hluta hans þ.e. við jarðvegsyfirborðið ( $z = \zeta = 0$ , sbr mynd 2.16). Þar gilda jöfnurnar:

$$x_0 = \frac{H}{k \cdot l_{el}} \left( \frac{\cosh^2 \lambda + \cos^2 \lambda}{\sinh \lambda \cosh \lambda + \sin \lambda \cos \lambda} \right) \quad (2.59)$$

$$M_0 = -\frac{H \cdot L}{2} \left( \frac{\sinh^2 \lambda + \sin^2 \lambda}{\sinh \lambda \cosh \lambda + \sin \lambda \cos \lambda} \right) \quad (2.60)$$

Mesta vægið er innspennta vægið í stífu plötunni ofan staurisins.



**Mynd 2.17** Ákvörðun formbreytingar a) og hágildi vægisáraunar b) fyrir innspenntan staur er á er lagt lárétt álag [Kudella, 2003].

Á mynd 2.17 sést að hegðun stauris verður óháð lengd hans eftir að rensla hans er orðin  $\lambda > 2$ , (sjá einnig skilgreiningu virkrar lengdar í kafla 2.3.1), þá gilda einfaldar jöfnur til ákvörðunar þversniðsstærða er gilda fyrir flest rauntílvik:

$$x = \frac{H}{k \cdot l_{el}} \exp^{-\zeta} (\cos \zeta + \sin \zeta) \quad (2.61)$$

$$M = -\frac{H \cdot l_{el}}{2} \exp^{-\zeta} (\cos \zeta - \sin \zeta) \quad (2.62)$$

$$Q = -H \cdot \exp^{-\zeta} (\cos \zeta - 2 \sin \zeta) \quad (2.63)$$

$$\varphi = \frac{2H}{k \cdot l_{el}^2} \exp^{-\zeta} \sin \zeta \quad (2.64)$$

## 2.6 Skúfbylgjuhraði

Samkvæmt evrópustaðli fyrir jarðskálftaálag, Eurocode 8, er jarðvegsaðstæðum á hönnunarstað skipt niður í viðeigandi jarðvegsflokka. Tekið er sérstaklega fram að við flokkun jarðvegs skal farið eftir meðalgildi skúfbylgjuhraða  $V_{s,30}$  ef kostur er og hann reiknast skv. líkingunni:

$$V_{s,30} = \frac{30}{\sum_{i=1,N} \frac{h_i}{V_i}} \quad (2.65)$$

Hér tákna  $h_i$  þykkt og  $V_i$  skúfbylgjuhraða (við skúfstreitu sem er  $10^{-5}$  eða minni)  $N$  fjölda jarðmyndana eða jarðlaga sem eru til staðar í efstu 30 metrum jarðvegs á hönnunarstað.

Hérlendis hefur að mestu verið beitt svokallaðri yfirborðsbylgjuaðferð eða SASW-aðferð (e. spectral analysis of surface waves) til ákvörðunar skúfbylgjuhraða jarðvegs. Einnig þarf að ákvarða Poisson-hlutfall,  $\nu$ , og eðlismassa jarðvegsins,  $\rho$ , til ákvörðunar á fjaðurstuðli jarðvegs. Seinni kennistærðirnar hafa þó minni dreifingu en skúfbylgjuhraðinn og hafa því minni áhrif á niðurstöður [Bjarni Bessason, 1999]. Hreyfðarfræðilegur skúfstuðull,  $G_{\max}$  og fjaðurstuðull  $E_{\max}$  jarðvegsins ákvarðast samkvæmt líkingunum:

$$G_{\max} = \rho \cdot v_s^2 \quad (2.66)$$

$$E_{\max} = G_{\max} \cdot 2 \cdot (1 + \nu) \quad (2.67)$$

Stífni jarðefna sem mæld eru við litlar formbreytingar (vettvangsmælingar) eru jafnan hágildi. Varðandi líkingarnar tvær hér að ofan til ákvörðunar hreyfðarfræðilegra kennistærða jarðvegs, þá skal taka fram að fyrir stífni jarðvegs er rétt að gera greinarmun á stöðufræðilegum langtímaeiginleikum og hreyfifræðilegum skammtímaeiginleikum er eiga við þegar átt er við jarðskálftaálag [Bjarni Bessason, 1999].

**Tafla 2.2** Skúfbylgjuhraði jarðvegs skv. yfirborðsbylgjuaðferð eða SASW mælingum [Jón Skúlason o.fl. 1999].

Staður	Jarðvegsgerð	Skúfbylgjuhraði á mismunandi dýpi:			
		1 m [m/sek]	2 m [m/sek]	5 m [m/sek]	10 m [m/sek]
Hróarslækur	Vegaxlir	100-170	170-190	140-170	150-210
Borgarfjörður	Leiðigarðar við Borgarfjarðarbrúna	140-190	160-200	170-210	160-210
Borgarfjörður	Vegaxlir á leirunum við Borgarfjarðarbrúna	190-220	230-240	240-270	250-270
Borgarfjörður	Seleyrin – mól með <5% fínefni	170	190	210	220
Óseyrartangi	Þunnt sandset efst, hart lag undir	87-90	130-150	180	380
Hella	Grófur og finn sandur, sandsteinn	-	265	265	270
Hvolsvöllur	Grófur og finn sandur, sandsteinn	-	-	380	380



## 2.7 Jarðskjálftaeinangrun

Allt frá upphafi jarðskjálftaverkfræði hefur verið ljóst að mögulegt tjón af völdum jarðskjálfta er sökum óheppilegrar samsvörunar milli grunnsveiflutíma flestra burðarvirkja (e. structures) og tíðnisviðs jarðskálfta. Það er einnig vel þekkt að þrátt fyrir að samsvörun hreyfðarfræðilegra einkenna burðarvirkja og jarðskjálfta ná mörg burðarvirki að halda velli með því að komast undan tíðnisviðinu þar sem jarðskjálftinn er sterkastur sökum lengingar sveiflutímans er orsakast af uppsöfnuðum skemmdum [Priestley o.fl., 1996]. Annað grunnhugtak í jarðskjálftahönnun burðarvirkja er seigjudeyfni (e. viscous damping), þeim mun hærrí sem hún er því minni kraftaáráun þarf burðarvirkið að veita viðnám gegn. Seigjudeyfni er í raun og veru leið til orkueyðingar, sem hægt að beita með hysterísku ferli, núning og eða almennt einhverri ólínulegri svörun (e. inelastic response). Fyrir tölulega líkingu á jarðskjálftasvöruninni hefur oft þótt hentugt að setja fram áhrif ólínulegrar svörunar með jafngildri seygydeyfni [Priestley o.fl. 1996].

Það er ljóst af umfjöllun hér að framan að möguleikinn á að auka bæði sveiflutíma og getu til orkueyðingar er góð leið til að bæta viðnám gegn jarðskjálfta. Þessu markmiði er hægt að ná með því að nýta náttúruleg einkenni jarðvegs-undirstöðu-burðareiningar-kerfis eða með því að nota sérstök tilbúin efni (e. artificial elements) sem hönnuð eru til að einangra hluta af burðarvirkinu frá fullum styrk jarðskjálfta og til að eyða mikilli orku. Þessi efni eru oft nefnd einangrarar (e. isolators), demparar (e. dampers) eða einangrunar/eyðingar útbúnaður (e. isolation/dissipation (I/D) devices). Þessi nöfn gera í flestum tilvikum of mikið úr eða vanrækja mikilvægan flöt á svörun efnanna [Priestley o.fl. 1996]. Hugtakið jarðskjálftaeinangrun virðist vekja mikinn áhuga hjá uppfinningamönnum og mörg ný og mismunandi einangrunarkerfi eru sett fram og fá einkaleyfi á hverju ári. Mörg þessara kerfa reynast óhentug og einhver geta jafnvel í raun verið hættuleg en fjöldinn heldur áfram að aukast ár frá ári [Naeim og Kelly, 1996]. Hugtökin einangrun og orkueyðing eru sérstaklega áhugaverð m.t.t. brúarhönnunar sökum fjölda mögulegra kosta tengdum burðarþolslegum einkennum þeirra. Brýr eru oftast mikilvæg burðarvirki er krefjast meiri varnar til að tryggja að þær séu heilar eftir jarðskjálfta. Það getur því verið hentugt að beina mögulegu tjóni í nokkur aflfræðileg efni sem einfalt að athuga og skipta um ef á því er talin þörf.

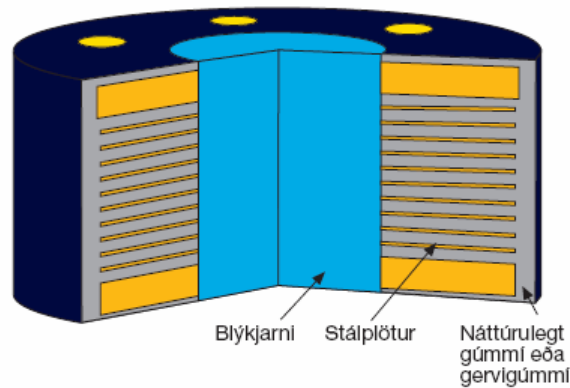
Á Íslandi hafa verið notaðar blý-gúmmilegur við jarðskjálftaeinangrun þeirra 12 brúa er hafa verið jarðskjálftaeinangraðar (til maí 2004). Fyrsta jarðskjálftaeinangraða brúin á Íslandi var brúin yfir Sogið hjá Þrastarlundi árið 1983 [Bjarni Bessason og Einar Hafliðason, 2004]

Ljóst þykir að tjón sökum Suðurlandskjálfta árið 2000 hefði orðið mun meira ef ekki hefði verið búið að jarðskjálftaeinangra brýr nærri upptökum skjálftanna þann 17. og 21. júní.

### 2.7.1 Blý-gúmmílegur (e. lead-rubber bearings)

Blý-gúmmílegan var fundin upp á Nýja-Sjálandi árið 1975 og hefur verið mikið notuð, bæði þar og í Japan og Bandaríkjunum [Naeim og Kelly, 1999].

Sívalningslaga eða rétthyrnd gúmmí-blokk er einfaldasti einangrari fyrir yfirbyggingu brúar en blokkin býr jafnframt yfir fjölda galla, sérstaklega varðandi mikla aflögun hennar við lóðrétt álag. Innsetning nokkura láréttra stálplatna, sbr. gúmmílegur (e. elastomeric bearings) leysir flest vandamál því þá eykst lóðrétt stífni og stöðugleiki fyrir lárétt álag. Þessi tegund legu sýnir talsverða línulega svörun er stjórnast í raun af eiginleikum gúmmísins, því er óvanalegt að nota leguna án annarra efna er fær eru um að hækka deyfni og stöðugleika við annað álag en jarðskjálftaálag, nema þar sem gúmmíið býr yfir hárrí eigindeyfni [Priestley o.fl., 1996]. Með innsetningu blýkjarna (sbr. mynd 2.18) er gefur orkueyðingu við jarðskjálftaálag og stífni við stöðufræðilegt álag er komið fram öflugt tæki sem fært er um að uppfylla flestar kröfur er gerðar eru til jarðskjálftaainangrunar [Priestley o.fl. 1996]. Blýkjarninn gefur stífni við litlar færslur en við miklar færslur flýtur blýið og eyðir þannig orku jarðskjálftans. Auk þess takmarkar hann í raun hve miklir kraftar verka á mannvirkið þar sem þeir verða ekki meiri en legan getur flutt á milli undirstöðu og yfirbyggingar [Eggert V. Valmundsson, 2004].



**Mynd 2.18** Innviðir blý-gúmmílegu [Eggert V. Valmundsson, 2004].

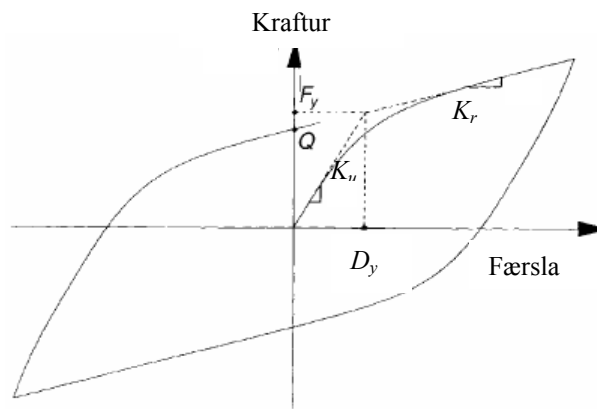
Fyrir íslenskar brýr hefur verið notuð sú óhefðbundna aðferð að bora miðlæga holu í hefðbundna gúmmílegu og steypa síðan í hana blýkjarna. Tvær nákvæmlega eins blý-gúmmílegur útbúnar með þessari aðferð voru prófaðar hreyfðarfræðilega við Tækniháskólann í Þrándheimi í Noregi árið 1989 [Bjarni Bessason og Einar Hafliðason, 2004]. Tvílínulegt hysterískt líkan var aðlagð að niðurstöðum tilrauna. Samkvæmt því var sett fram eftirfarandi líkan:

$$K_d = K_r = \frac{A_r G_r}{T_r} \quad (2.68)$$

$$K_u = 11,6K_r \quad (2.69)$$

$$Q_d = \sigma_{yp} A_p \quad (2.70)$$

Hér er  $K_d$  seinni stífni (e. post-stiffness),  $K_u$  er upphafsstífni eða stífni orkueyðingar (e. unloading-stiffness) og stærðirnar  $A_r$ ,  $G_r$  og  $T_r$  standa fyrir flatarmál, skúfstuðul og heildarþykkt gúmmis í legunni í áður nefndri röð. Stærðin 11,6 í jöfnu (2.69) er hærri en fyrir venjulegar erlendar blý-gúmmilegur. Hér er  $Q_d$  kennigildi flotstyrks þegar skúfstreita hefur núllgildi í tvílínulega hysteríska líkaninu,  $A_p$  er þversniðsflatarmál blýkjarnans og  $\sigma_{yp} = 8,0$  MPa er áætluð virk flot-skúfspenna blýkjarnans. Þessi flotspena er u.þ.b. 20% lægri en almennt er gefið upp fyrir tilraunaniðurstöður þar sem blýkjarninn er hafður í yfirstærð og síðan þrýst í miðlægu holuna. Ástæða þessarar lágu virku flotspennu íslensku legunnar er hægt að skýra að mestu út frá þeirri aðferð er beitt er til að koma blýkjarnanum á sinn stað og því að hvert gúmmilag legunnar er almennt þykkara en venja er. Báðar þessar ástæður hafa verulega áhrif til lækkunar aðliggjandi þrýstings (e. confining pressure) á blýkjarnann.



**Mynd 2.19** Tvílínulegt líkan er lýsir hegðun blý-gúmmilega [Byggt á Morelli o.fl., 2000].

Megin niðurstaða tilrauna á rannsóknarstofu voru því þær að legurnar hegða sér álíka og aðrar rannsakaðar legur sbr. fræðilegar heimildir og að legurnar voru færar um að þola nokkra endurtekna álagshringi með skúfspennu á bilinu 100 til 120% af virkri flotskúfspennu blýkjarnans, án marktæks tjóns [Bjarni Bessason og Einar Hafliðason, 2004]. Ólíkt lágefnaðu stáli endurkristallast blý við u.þ.b. 20°C svo að endurtekið flot veldur ekki þreytubroti [Morelli o.fl., 2000]. Tvílínulega líkanið má nota til að leiða út jöfnur til ákvörðunar flotsfærslunnar  $D_y$  og flotkraftsins  $F_y$  fyrir íslensku blý-gúmmilegurnar

$$D_y = \frac{Q}{10,6K_r} \quad (2.71)$$

$$F_y = Q_d + K_r D_y \quad (2.72)$$

Hægt er að fá nálgun á láréttum sveiflutíma ( $T_b$ ) og lóðréttri stífni blý-gúmmílega ( $K_z$ ) með eftirfarandi jöfnum [Priestley o.fl., 1996]

$$T_b = 2\pi \left( \frac{M}{K} \right)^{1/2} = 2\pi \left( \frac{Sh\gamma_{xz} A'}{Ag} \right)^{1/2} \quad (2.73)$$

$$K_z = \frac{6GS^2 Ak}{(6GS^2 + k)h} \quad (2.74)$$

Hér stendur  $M$  fyrir heildarmassann er hvílir á jarðskjálftalegunum,  $K$  er nálgðu línuleg lárétt stífni legunnar,  $S$  er formstuðull (álagsflötur/álags-laustum fleti, þ.e. fyrir hringlaga legu að þvermáli  $D$  og er þykkt hvers gúmmílags legunnar er  $t$ , verður formstuðullinn  $S = D/4t$ ),  $h$  er heildarhæð gúmmís,  $\gamma_{xz}$  er leyfileg skúf streita,  $A'$  er skörun efsta og neðsta hluta legunnar við mestu færslu hennar,  $g$  er þyngdarhröðun,  $A$  er flatarmál gúmmílags og  $k$  stendur fyrir þjöppunarstuðul (e. bulk modulus) gúmmís er algengt gildi er  $k = 2000$  MPa [Priestley o.fl. 1996].

## 2.8 Einingaraðferðin

Einingaraðferðin er almennt talin ein öflugasta og þýðingarmesta aðferðin sem notuð er við lausn verkfræðilegra viðfangsefna. Aðferðina er hægt að nota til þess að leysa hvers konar viðfangsefni á sviði aflfræði og skyldra greina. Raunar má segja að öll þau viðfangsefni sem hægt er að setja fram sem hlutfleiðujöfnur sé hægt að leysa með einingaraðferðinni [Ragnar Sigbjörnsson og Benedikt Halldórsson, 2001]. Aðferðin byggist á því að nálga samfellt kerfi, sem eðli sínu samkvæmt hefur óendanlega margar frelsisgráður með tölulegu líkani sem hefur endanlegan fjölda frelsisgráða. Því ber að líta á einingaraðferðina sem nálgunaraðferð en hagnýting hennar byggist á eftirfarandi meginskrefum [Ragnar Sigbjörnsson og Benedikt Halldórsson, 2001].

- Skipting kerfisins í einingar. Það er nefnt bútun (e. discretisation)
- Ákvörðun eiginleika eininganna
- Samtenging eininganna og framsetning kerfisjafna
- Meðferð randskilyrða
- Lausn kerfisjafna og útreikningar á afleiddum stærðum

Hreyfijafna fyrir burðarvirki er svo leidd út með því að setja fram skilyrði um að ytri vinna á burðarvirkið jafngildi summu vinnu tekna upp af tregðu, orkueyðingu og innri kröftum fyrir sérhverja sýndarfærslu (e. virtual displacement) (þ.e. fyrir gefna smá færslu er uppfyllir samfellinguskilyrði (e. compatibility) og nauðsynleg randskilyrði [Cook, o.fl. 2002].

### 3 TÖLULEGIR ÚTREIKNINGAR

Vorið 2004 var smíðuð ný tvíbreið brú á Brúará á Laugarvatnsvegi, sjá mynd 3.1. Staðsetning hennar, nærri þekktum upptakasvæðum Suðurlandsskjálfta, og það að stöplar hennar eru grundaðir á stauraþyrpingum, sem reknar eru niður í klöpp gerir hana að ákjósanlegu tilviki (e. case study) til notkunar á aðferðarfræði kafla 2.



*Mynd 3.1* Staðsetning brúarinnar er merkt með stjörnu. Brúin er á mörkum jarðanna Efstadals og Efri-Reykja í Bláskógabyggð í Árnessýslu.

#### 3.1 Brúará

Brúará í Bláskógabyggð er lindá með meðalrennsli um 38,2 m<sup>3</sup>/sek við brúarstæðið hjá Efri-Reykjum og vatnasvið er jafngildir 219 km<sup>2</sup> ofan brúarstæðisins [Vegagerðin, 2004]. Brúará hefur hlotið nafn sitt af náttúrulegri brú eða steinboga, en fyrir á öldum mun steinbogi hafa staðið yfir ána neðan Brúarfoss, nokkuð ofan við núverandi brúarstæði. Þennan steinboga á biskupsfrúin Helga Jónsdóttir í Skálholti að hafa látið brjóta niður árið 1602 til að losna við ágang betlara. Sagt er að bændur í Biskupstungum hafi haft samtök um það árið 1680 að velta björgum í gljúfur, sem er í Brúarárfossi. Unnt var að komast yfir á grjótinu en áin vildi ryðja því burtu í vatnavöxtum. Guðni sterki Guðmundsson prestur í Miðdal byggði svo fyrstur manna flekabrú yfir gjána í Brúarárfossi árið 1824. Ný brú var byggð árið 1901 þar sem steinboginn er talinn hafa verið nokkuð neðan Brúarfoss og stendur sú brú enn [Arnór

Karlsson, 1980; Gísli Sigurðsson 1998]. Einbreið brú var byggð í núverandi veglínu Laugarvatnsvegur árið 1961 en núverandi brú var tekin í notkun vorið 2004.



*Mynd 3.2 Brúin á Brúará hjá Efri-Reykjum í Bláskógabyggð haustið 2004.*



*Mynd 3.3 Landstöplar og millistöpull brúarinnar á Brúará hjá Efri-Reykjum haustið 2004.*

### **3.1.1 Kennistærðir brúarinnar**

Kennistærðir brúarinnar eru gefnar í útboðslýsingu Vegagerðarinnar frá 1. mars 2004 Brúin stýttist um 1 m til austurs miðað við fyrri brú. Veglína um brúna er í beinni línu í láréttu plani. Langhalli brúarinnar er 2,3 % til vesturs en akbraut er með 35 % þakhalla. Landstöplar og millistöpull brúarinnar eru steiptir og grundaðir á stálbitum sem reknir eru niður í gegnum fyrirstöðulítið sendið malarlag og niður í nokkuð blöðróttu klöpp úr fersku basalti. Dýpi á klöpp er breytilegt en miðað við þær tilraunaholur sem boraðar voru er dýpi frá 6,2 m – 8,2 m neðan sökkulbotns [Vegagerðin(a), 2004].

Brúin er 40 m löng steipt eftirspennt bitabré í tveimur höfum 22 og 18 m löngum með 7,5 m breiðri akbraut og 0,5 m breiðum brikum. Heildarbreidd brúar er 8,5 m. Þversnið brúarinnar breytist við millistöpul, steipt er í bilið milli bitanna tveggja á alls 9 m bili. Á landstöplum eru blý-gúmmilegur en venjulegar gúmmilegur á millistöpli [Vegagerðin(a), 2004].

## 3.2 Jarðskjálftaálag

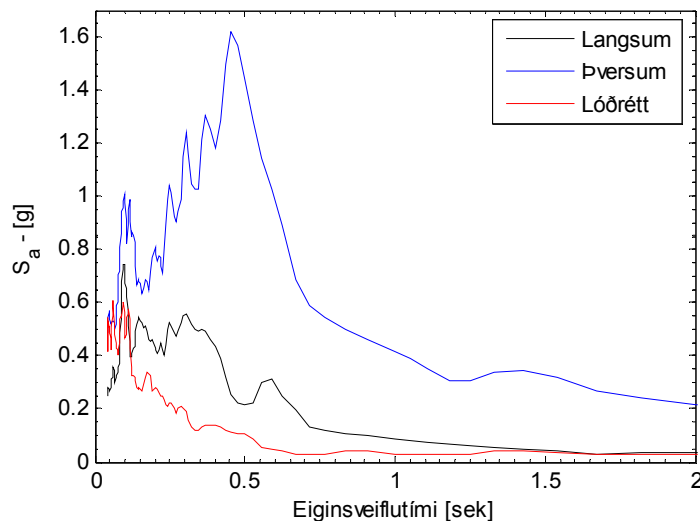
Hér verður gerð grein fyrir jarðskjálftahönnunarforsendum fyrir brúna. Jarðskjálftaálagið verður sett fram á formi mældra tímaraða er síðan eru keyrðar á tölvutæk ólínuleg reiknilíkön.

### 3.2.1 Svörunarróf

Svörunarróf lýsa hámarks svörun einnar frelsisgráðu kerfis við ákveðinni hreyfingu sem falli af eigintíðni (eða eiginsveiflutíma) og deyfnihlutfalli. Svörunina má setja fram með tilliti til hröðunar, hraða eða færslu. Hágildi hröðunar nefnist gervihröðunarróf ( $S_a$ ) (e. spectral acceleration), hágildi hraða er gervihraðaróf ( $S_v$ ) og hágildi færslu kallast færsluróf ( $S_d$ ) [Kramer, 1996]. Eina nafni nefnast  $S_a$ ,  $S_v$  og  $S_d$  svörunarróf. Svörunarróf eru mjög handhæg þegar meta á mesta fjaðurkraftinn í kerfinu

$$F_{\max} = kx_{\max} = kS_d = m\omega^2 S_a = mS_a \quad (3.1)$$

Hér er  $F_{\max}$  hágildi krafts á kerfi með eina frelsisgráðu,  $x_{\max}$  er hágildi færslu,  $m$  er massi og  $\omega$  er ódeyfð eigintíðni. Jafna (3.1) gildir þó aðeins fyrir línuleg einnar frelsisgráðu kerfi með litla deyfingu [Hjörtur Þráinsson og Ragnar Sigbjörnsson, 1998].



**Mynd 3.4** Svörunarróf hröðunar fyrir 5 % deyfnihlutfall, Hella 17 júní 2000 kl. 15:40

Í evrópustaðli nr. 8 um jarðskjálftaálag frá árinu 2003, hér eftir nefndur EC8:2003, sem mun fljótlega taka gildi í stað eldri útgáfu staðalsins [Bjarni Bessason, 2004], er gefið línulegt svörunarróf sem ákvarðast af hönnunarhröðun á byggingarstað ( $a_g$ ) við jarðvegsflokk A, þ.e. klöpp með mest 5 m af lausum jarðlögum á yfirborði (EC8:2003). Ef aðrar jarðvegsaðstæður



eru á hönnunarstað er hönnunarrófið margfaldað með jarðvegsstuðlinum  $S$ . Hönnunarhröðunin ákvarðast sem margfeldi grunnildi hröðunar á byggingarstað ( $a_{gR}$ ) og mikilvægistuðulsins ( $\gamma$ ):

$$a_g = \gamma \cdot a_{gR} \quad (3.2)$$

Grunngildi hröðunar á byggingarstað ( $a_{gR}$ ) má lesa af hröðunarkorti í Þjóðarskjali er fylgir með evrópsku þolhönnunarstöðlunum eða af jafnhróðunarlinukorti en á grundvelli jarðskjálftaskrár og dvínunarlíkana er teiknað kort sem sýnir jafnhróðunarlinur og eru þær miðaðar við meðalendurkomutímann 475 ár. Með öðrum orðum, líkandi á því að hröðun verði meiri en jafnhróðunargildi kortsins segja til um er 10 % á 50 árum [Júlíus Sólnes o.fl. 2002]. Ef hröðunarkort frá vinnuhóp Byggingarstaðlaráðs sem samþykkt var sem hluti af Þjóðarskjali með evrópsku þolhönnunarstöðlunum er skoðað kemur í ljós að brúin á Brúará hjá Efri-Reykjum lendir á rauðu svæði þar sem grunngildi hröðunar er 0,4g [Björn Ingi Sveinsson og Páll Halldórsson, 2002].

Í hluta 2 af Eurocode 8, (hér er notast við ENV 1998-2: 1994) er gerður greinarmunur á mikilvægi brúa þegar jarðskjálftaáraun er ákvörðuð. Brýr eru flokkaðar eftir mikilvægi þeirra og síðan er notast við svokallaðan mikilvægistuðul (e. bridge importance factor). Hér er miðað við að brúin á Brúará hjá Efri-Reykjum falli í mikilvægisflokk II ( $\gamma_{II}$ ).

Hönnunarhröðunin fyrir brúna á Brúará hjá Efri-Reykjum er því  $a_g = \gamma_{II} \cdot a_{gR} = 0,4g$ .

**Tafla 3.1** Mikilvægisflokkar og mikilvægistuðlar samkvæmt ENV 1998-2: 1994.  
Hornklofar [ ] í staðlinum þýða að hver þjóð getur ákvarðað sín gildi.

Flokkur	Mikilvægi brúar	Mikilvægistuðull
I	Yfir meðallagi	[1,3]
II	Í meðallagi	1,0
III	Undir meðallagi	[0,7]

Jarðvegsaðstæður fyrir brúna á Brúará hjá Efri-Reykjum uppfylla ekki skilyrði EC8:2003 fyrir jarðvegsflokk A og því er ljóst að hönnunarrófið ber að margfalda með jarðvegsstuðlinum  $S$ . Á brúarstæði brúarinnar á Brúará hjá Efri-Reykjum er 8-10 m malarlag ofan blöðróttar klappar (6-8 m neðan sökkulbotns) úr fersku basalti [Vegagerðin, 2003]. Samkvæmt greinargerð Kristjáns Sæmundssonar um jarðhitalíkur í Efstadal í Laugardalshreppi eru á flatlendinu austan og sunnan Efstadalsfjalls þykk setlög og undir þeim grágrýti sem einungis er 30 m þykkt á svæðinu kringum Efri-Reyki. Undir því er móberg og síðan meira grágrýti, þéttara eftir því sem neðar kemur [Kristján Sæmundsson, 1993]. Jarðvegsflokkun samkvæmt EC8:2003 byggir á meðalgildi skúfbylgjuhraða í efstu 30 m jarðvegs, sbr. kafla 2.6.

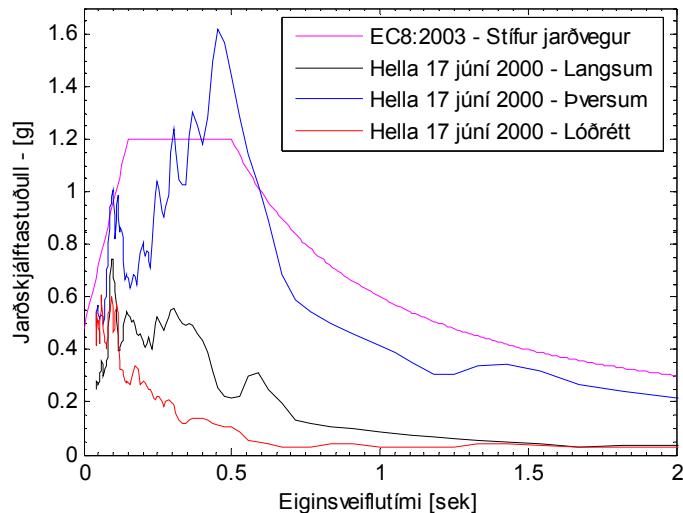
$$V_{s,30} = \frac{30}{\sum_{i=1,N} \frac{h_i}{V_i}} \quad (3.3)$$

Skúfbylgjuhraði malarlagsins er áætluður 200 m/sek skv. vettvangsmælingum á stöðum þar sem jarðvegsaðstæður eru sambærilegar og við brúarstæði brúarinnar hjá Efri-Reykjum, sjá töflu 2.2. Skúfbylgjuhraði basaltklapparinnar er áætlaður vera minnst 1000 m/sek sbr. áætlaðan skúfbylgjuhraða fyrir Þjórsárhraun [Bessason og Kaynia, 2002].

Ef áætluðum gildum er stungið inn í jöfnuna hér að ofan fæst  $V_s = 450$  m/sek og því mun brúarstæðið fyrir brúna á Brúará hjá Efri-Reykjum falla í jarðvegsflokk B þar sem  $V_s = 360$ - $800$  m/sek. Línulegt svörunarróf EC8:2003 er síðan teiknað samkvæmt eftirfarandi jöfnum

$$\begin{aligned} S_e(T) &= a_g \cdot S \cdot \left[ 1 + \frac{T}{T_B} (2.5 \cdot \eta - 1) \right] & 0 \leq T \leq T_B \\ S_e(T) &= a_g \cdot S \cdot 2.5 \cdot \eta & T_B \leq T \leq T_C \\ S_e(T) &= a_g \cdot S \cdot 2.5 \cdot \eta \cdot \left[ \frac{T_C}{T} \right] & T_C \leq T \leq T_D \\ S_e(T) &= a_g \cdot S \cdot 2.5 \cdot \eta \cdot \left[ \frac{T_C \cdot T_D}{T^2} \right] & T_D \leq T \leq 4s \end{aligned} \quad (3.4)$$

Hér er  $a_g$  hönnunarhröðun fyrir jarðvegsflokk A,  $S$  er jarðvegsstuðull,  $T_B$  og  $T_C$  marka bil jafnrar gervihröðunar,  $T_D$  er upphafsgildi jafnrar færslu,  $\eta$  er leiðréttingarstuðull deyfni,  $\eta = 1$  við 5% deyfnihlutfall. Á mynd 3.5 hefur elastískt svörunarróf EC8:2003 fyrir brúna hjá Efri-Reykjum verið teiknað ásamt gervihröðun yfirborðshröðunar sem mæld var á Hellu þann 17. júní 2000, kl. 15:40.



**Mynd 3.5** Elastískt svörunarróf fyrir brúarstæði Brúarár hjá Efri-Reykjum byggt á EC8:2003, miðað við 475 ára meðalendurkomutíma, mikilvægisflokk II og jarðvegsflokk B, deyfnihlutfall rófsins er 5 %. Til samanburðar eru svörunarróf frá Hellu 17. júní 2000 kl. 15:40.

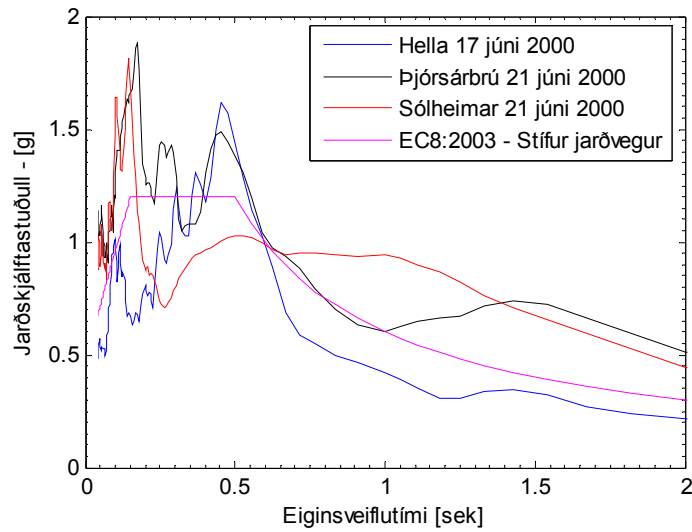
### 3.2.2 Val á tímaröðum

Jarðskjálftaálagið sem keyrt er á tölvutæku ólínulegu reiknilíkönin hér á eftir er á forni valinna mældra hröðunartímaraða. Í jarðskjálftaverkfræði er gjarnan greint á milli þriggja megin aðferða við að búa til eða útvega hröðunartímaraðir sem nota má við greiningu eða hönnun. EC8:2003 leyfir notkun tímaraða sem byggja á einni af þessum þremur mismunandi aðferðum, þ.e.:

- Tölvumyndaðar gervitímaraðir
- Tímaraðir byggðar á jarðeðlisfræðilegum líkönum
- Mældar tímaraðir

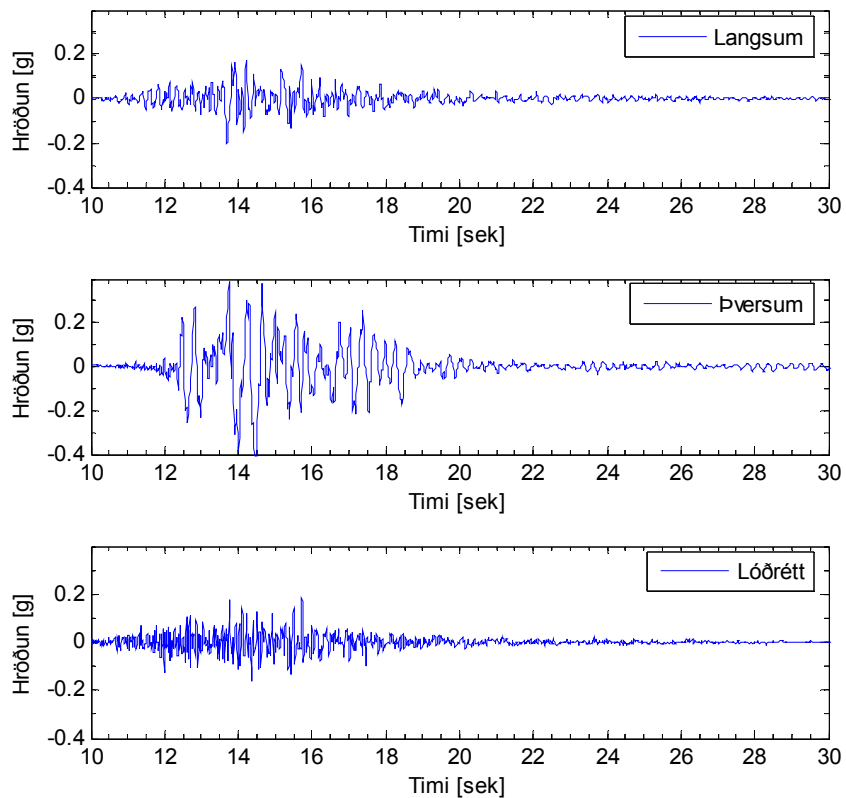
Ákveðið var að notast við mældar tímaraðir, í EC8:2003 er mælt til að ekki séu notaðar færri en þrjár tímaraðir og að þær skuli kvarðaðar við hönnunarróf byggingarstaðar. Meginreglan er þó sú að kvarða og umbreyta mældum tímaröðum sem minnst [Bjarni Bessason, 2004]. Notast var við gagnagrunninn ISESD (e. internet site for european strong-motion data) til öflunar tímaraða. Gagnagrunnurinn er aðgengilegur á fjórum mismunandi vefsvæðum, þar á meðal einu íslensku sbr. [www.isesd.hi.is](http://www.isesd.hi.is). Eftir innskráningu í gagnagrunninn er hægt að leita að mældum tímaröðum eftir kennistærðum/gildum þeirra og niðurhala pakkaða skrá er inniheldur leiðréttar tímaröð, óleiðréttar tímaröðina og svörunarróf hennar. Borin voru saman

Þrjú mismunandi svörunarróf frá sunnlenskum mælistöðvum í Suðurlandsskjálftunum árið 2000 við línulegt svörunarróf EC8:2003, sbr. mynd 3.6.



**Mynd 3.6** Svörunarróf orkumestu stefnuþátta mældra tímaraða á Hellu þann 17. júní 2000, Vesturstöpli Þjórsárbrúar 21. júní 2000 og á Sólheimum í Grímsnesi 21. júní 2000. Til samanburðar er elastískt svörunarróf fyrir brúarstæðið byggt á EC8:2003.

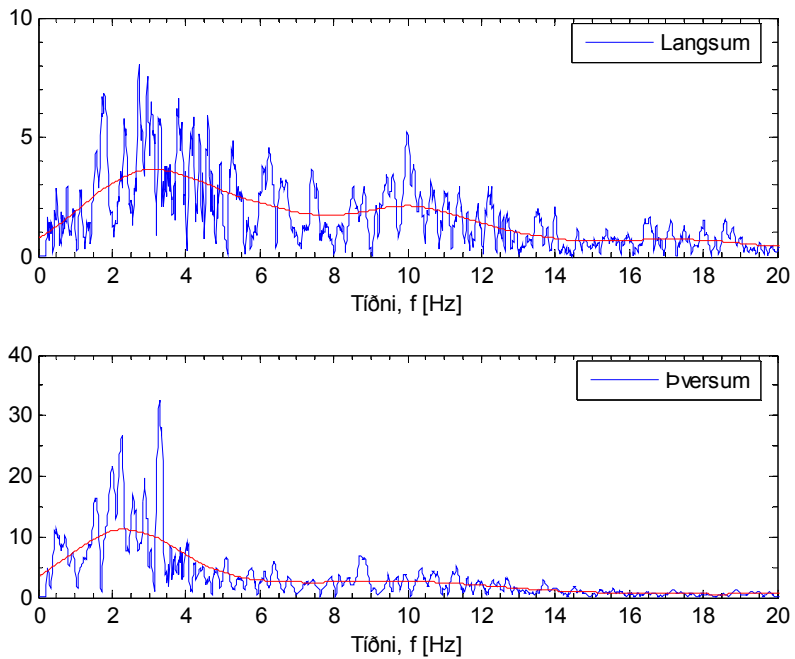
Talsverður munur er á svörunarrófunum á mynd 3.6 og ljóst er að jarðvegsaðstæður eru mjög misjafnar á mælistöðvunum, eingöngu hafa verið gerðar mælingar á skúfbylgjuhraða jarðvegs á Hellu en þar svipar jarðvegsaðstæðum til aðstæðna á byggingarstað brúarinnar hjá Efri-Reykjum. Hágildi mældrar yfirborðshröðunar á Hellu var 0,47g. Hágildi mældrar yfirborðshröðunar voru mun hærri á Sólheimum (0,71g) og á vesturstöpli Þjórsárbrúar (0,84g). Hönnunarhröðun á brúnni skv. þjóðarskjali og leiðréttingu hönnunarhröðunar fyrir jarðvegsflokk B er 0,48g. Því var ákveðið að nota eingöngu ókvarðaðar tímaraðir yfirborðshröðunar á Hellu þann 17. júní 2000, kl. 15:40 sem jarðskjálftaálag á brúna hjá Efri-Reykjum, sökum svipaðra jarðvegsaðstæðna og sama hágildis yfirborðshröðunar.



*Mynd 3.7 Mæld yfirborðshröðun á Hellu 17. júní 2000, kl. 15:40.*

### 3.2.3 Fourier róf

Jarðskjálftar eru flókið álagstilfelli með hreyfðarþáttum er hafa breitt tíðnisvið. Tíðniinnihald jarðskjálftahreyfingar lýsir hvernig útvik jarðskjálftahröðunarinnar dreifast með tíðni [Kramer, 1996]. Hægt er að fá mat á ráðandi tíðni eða ráðandi tíðnibili jarðskjálftahreyfingar með því að teikna upp Fourier útviks róf hennar, en nauðsynlegt er fyrir útreikninga í næsta undirkafla að ákvarða ráðandi tíðni tímaraðarinnar sem keyrð er á brúna. Ráðandi tíðnibil jarðskjálfta er oftast á bilinu 1-10 Hz, hér verður miðað við að ráðandi tíðni tímaraðanna sé  $f = 3$  Hz sbr. mynd 3.8. Grunntíðni jarðvegs ofan klappar er gefin í töflu 3.6 fyrir mismunandi gildi á skúfbylgjuhraða jarðvegs á brúarstæði brúarinnar hjá Efri-Reykjum.

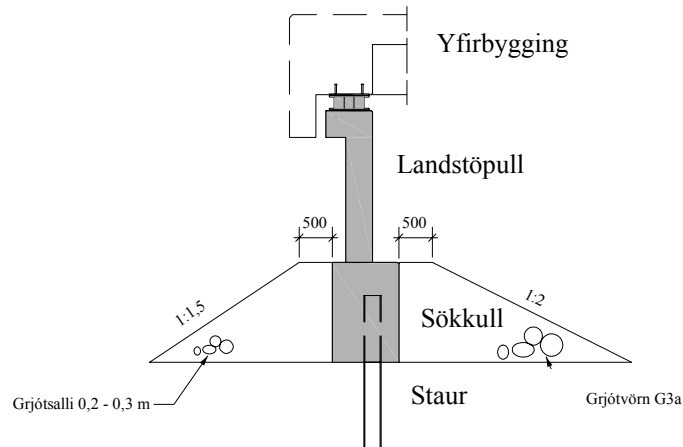


**Mynd 3.8** Hrátt og jafnað Fourier útvíks rófmældrar láréttrar yfirborðshröðunar á Hellu 17. júní 2000, kl. 15:40.

### 3.3 Jarðskjálftalegur

Brúin liggur ekki fjarri þekktum upptakasvæðum Suðurlandsskjálfta og er því full ástæða til að hún sé útbúin sérstökum búnaði til minnka hættu á að hún verði fyrir tjóni af völdum jarðskjálfta. Þar koma til sögunnar jarðskjálftalegurnar sem staðsettar eru á stöplum brúarinnar. Á báðum landstöplunum eru sívalningslaga blý-gúmmilegur (e. lead-rubber bearings) en á millistöpli eru sívalningslaga gúmmilegur án blýkjarna (e. elastomere bearings, laminated-rubber bearings).

### 3.3.1 Landstöplar



**Mynd 3.9** Staðsetning blý-gúmmilega milli landstöpla og yfirbyggingar brúarinnar [Byggt á Vegagerðin(b), 2004].

Á báðum landstöplunum eru tvær blý-gúmmilegur milli stöpsulsins og yfirbyggingar brúarinnar. Blý-gúmmilegurarnar hækka eiginveiflutíma yfirbyggingar brúarinnar og blýkjarninn eyðir orku jarðskjálftans, sjá betur fræðilega umfjöllun í kafla 2.7.1 og niðurstöður keyrslu tölvutækra ólínulegra líkana í kafla 3.5. Líkingar til ákvörðunar aflfræðilegra eiginleika blý-gúmmileganna á landstöplunum voru settar fram í kafla 2.7.1.

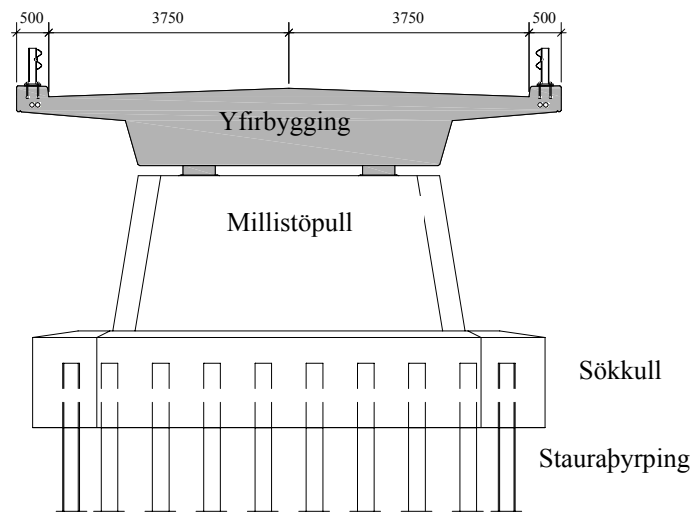
**Tafla 3.2** Kennistærðir blý-gúmmilega á landstöplum brúarinnar.

Þvermál legu	450 mm	Fjöldi gúmmilaga	9
Hæð legu	171 mm	Þykkt gúmmilags	11 mm
Þvermál blýsivalnings	150 mm	Heildarþykkt gúmmilaga	99 mm
Hæð blýsivalnings	171 mm		

**Tafla 3.3** Aflfræðilegir eiginleikar blý-gúmmilega á landstöplum brúarinnar.

Skúfstuðull gúmmis, $G_r$	1 N/mm <sup>2</sup>	Flot-skúfspenna blýkj. $\sigma_{yp}$	8 N/mm <sup>2</sup>
Seinni stífni, $K_r$	1,428 MN/m	Kenngildi flotstyrks, $Q_d$	141,4 kN
Upphafsstífni, $K_u$	16,56 MN/m	Flotkraftur, $F_y$	154,7 kN
Lóðrétt stífni, $K_z$	349,6 MN/m	Flotfærsla, $D_y$	9,3 mm

### 3.3.2 Millistöpull



**Mynd 3.10** Staðsetning gúmmilega milli millistöpulls og yfirbyggingar brúarinnar [Byggt á Vegagerðin(b), 2004].

Á millistöpli eru tvær gúmmilegur milli stöpslins og yfirbyggingarinnar. Gúmmilegurnar eru án miðlægs blýkjarna og hafa því eitt gildi láréttar stífni sem er mun lægra en upphafsstífni blý-gúmmileganna. Keyrsla tölvutækra ólínulegra reiknilíkana í kafla 3.6 sýnir hver áhrif þess væru ef eingöngu væru gúmmilegur milli stöpla og yfirbyggingar.

**Tafla 3.4** Kennistærðir gúmmilega án blýkjarna á millistöpli brúarinnar..

Þvermál legu	500 mm	Fjöldi gúmmíлага	7
Hæð legu	144 mm	Þykkt gúmmílags	11 mm
		Heildarþykkt gúmmíлага	77 mm

Líkingar til ákvörðunar aflfræðilegra eiginleika gúmmileganna eru þær sömu og gilda fyrir blý-gúmmilegur sbr. kafla 2.7.1. Blý-gúmmilegur Vegagerðarinnar eru gúmmilegur sem í hefur verið boruð miðlæg hola fyrir blýkjarna. Jafna láréttar stífni gúmmilega,  $K_b$  reiknast eins og lárétt eftirstífni blý-gúmmilegu ( $K_r$ ) eftir að blý-kjarninn flýtur. Gúmmilegurnar á miðstöplinum eru flatarmálsmeiri og lægri en blý-gúmmilegurnar á landstöplunum. Útborun hola fyrir blýkjarna leiðir til minnkunar gúmmíflatarmáls, því er lárétt og lóðrétt stífni gúmmileganna mun hærri en eftirstífni og lóðrétt stífni blý-gúmmileganna.



**Tafla 3.5** Aflfræðilegir eiginleikar gúmmilega án blykjarna á millistöpli brúarinnar.

Skúfstuðull gúmmís, $G_r$	1 N/mm <sup>2</sup>
Lárétt stífni, $K_b$	2,065 MN/m
Lóðrétt stífni, $K_z$	986,7 MN/m

### 3.4 Ákvörðun hreyfðarfræðilegra kennistærða stauraþyrpinga

Ákvarða þarf hreyfðarfræðilega stífni og deyni stauraþyrpinganna sem stöplar brúarinnar hjá Efri-Reykjum standa á. Ekki er þörf á að ákvarða lóðréttu færslu stauranna né ruggusvörun, þ.e. snúning á undirstöðum því staurarnir eru reknir niður í klöpp. Skúfbylgjuhraðinn ( $V_s$ ) á byggingarstað hefur verið áætlaður 200 m/sek og einnig það að jarðskálftaálág er lágtíðniálág leiðir til þess að ákvörðun hreyfnisvörunar má sleppa sbr. kafla 2.2. Hér er því eingöngu talin þörf á að ákvarða lárétta tregðusvörun brúarinnar hjá Efri-Reykjum. Hreyfðarfræðilegir stífni og deynistuðlar er ákvarðaðir eru hér á eftir eru notaðir sem inngögn í tölvutæk ólínuleg reiknilíkön er skilgreind eru í kafla 3.5.

#### 3.4.1 Stakur staur

Staurar brúarinnar á Brúará hjá Syðri-Reykjum eru HEB260 stálbitar, stálgæði S235 JR G2 [Vegagerðin, 2004]. Í útreikningum á samvirkniáhrifum innan stauraþyrpinga eru stálbitarnir nálgadír sem gegnheilir sivalningslaga staurar að þvermáli,  $d = 260$  mm og með fjaðurstuðul  $E_p = 210$  GPa [Teknisk Stábi, 1999]. Lengd staura er háð dýpi niður á klöpp neðan sökkulbotns, er það fyrir útreikninga áætlað 8,0 m [Vegagerðin(a), 2004].

Fjaðurstuðull jarðvegsins ( $E_s$ ) hefur einnig áhrif á hreyfðarfræðilega lárétta stífni stauranna og er hann ákvarðaður útfrá vettvangsmælingum þar sem eru svipaðar jarðvegsaðstæður og gilda fyrir þetta verkefni, sbr. kafla 2.6. Skúfbylgjuhraði jarðvegs innan virkrar lengdar stauranna var áætlaður  $V_s = 200$  m/sek, eðlismassinn,  $\rho_s = 1800$  kg/m<sup>3</sup> og Poissons hlutfallið,  $\nu = 0,2$ . Eftirfarandi líkingar úr köflum 2.3.1 og 2.6 gefa okkur virka lengd staks staura og hágildi fjaðurstuðul jarðvegsins.

$$l_c \approx 2d(E_p / E_s)^{0,25} = 3,07 \text{ m} \quad (3.5)$$

$$E_s = 2(1+\nu) \cdot G = 2(1+\nu) \cdot V_s^2 \cdot \rho_s = 172,8 \text{ MPa} \quad (3.6)$$

Skúfstuðull jarðvegs ( $G$ ) lækkar með aukinni lotubundinni skúfstreitu (e. cyclic shear strain) og er hætt við að hann lækki sérstaklega fyrir snarpan skjálfta (e. strong shaking).

Jöfnur (3.5) og (3.6) gilda aðeins ef heildarlengd staura er meiri en virk lengd þeirra. Virk lengd  $l_c$  staura neðan stöpla brúarinnar er mun minni en heildarlengdin  $L = 8$  m sbr. jöfnu

(3.5). Önnur mikilvæg stærð er grunneigintíðni malarlagsins ofan klappar, en fyrir einsleitan jarðveg þar sem fjaðurstuðullinn er fasti gildir líkingin:

$$f_s = \frac{V_s}{4H} \quad (3.7)$$

Hér er  $H$  þykkt malarlags ofan klappar. Líking til ákvörðunar lárétrar stífni er ekki tíðniháð og er hún einfaldlega:

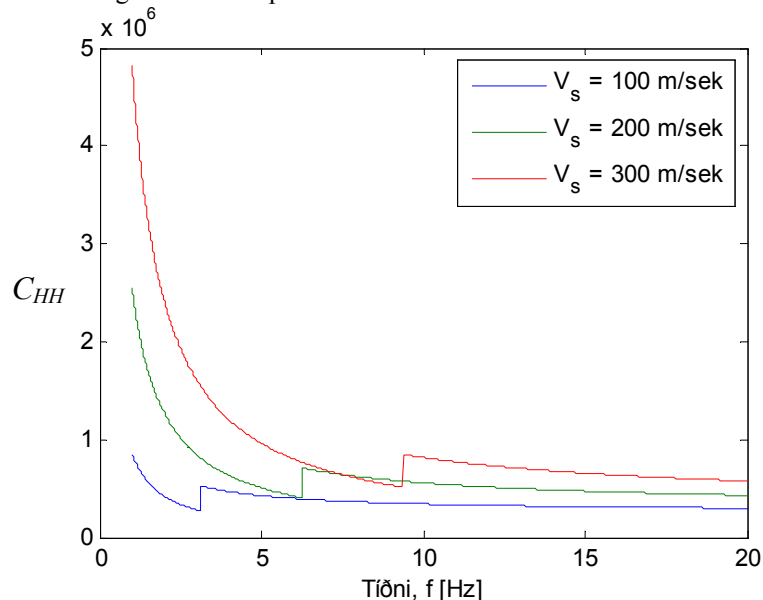
$$K_{HH} = dE_s \left( E_p / E_s \right)^{0,21} \quad (3.8)$$

en deyni staks staurs er háð tíðni sveifluörvunar sbr. mynd 3.11.

**Tafla 3.6** Hreyfðarfræðilegir eiginleikar staks staurs án samvirkniáhrifa.

<b>Skúfbylgjuhraði, <math>V_s</math></b>	100 m/sek	200 m/sek	300 m/sek
<b>Grunntíðni, <math>f_s</math></b>	3,12 Hz	6,25 Hz	9,37 Hz
<b>Lárétt stífni, <math>K_{HH}</math></b>	66,78 MN/m	199,7 MN/m	378,9 MN/m

Greinilegt er að lárétta stífnin eykst með vaxandi skúfbylgjuhraða, enda fjaðurstuðull jarðvegsins hærri og hann heldur þar með betur að staurnum.

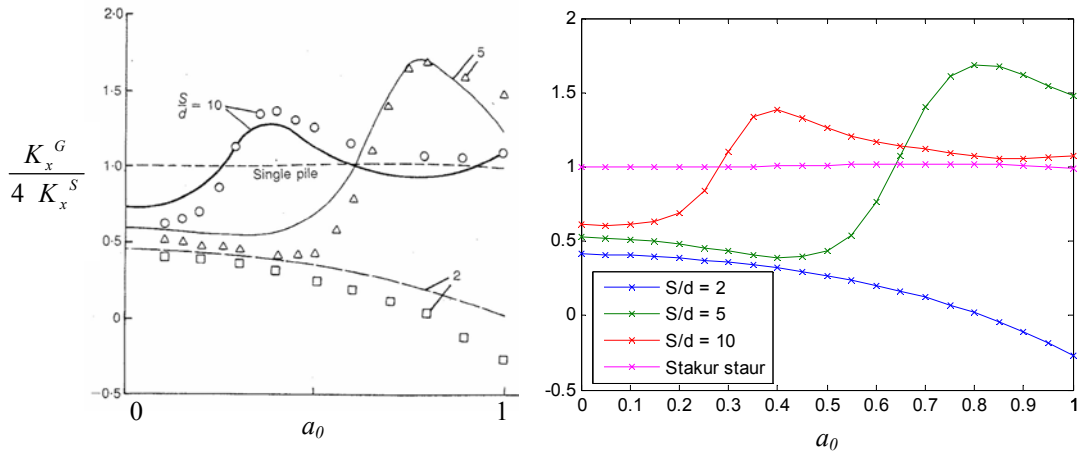


**Mynd 3.11** Láréttur deyfnistuðull  $C_{HH}$  fyrir staur án samvirkniáhrifa við mismunandi skúfbylgjuhraða jarðvegs.

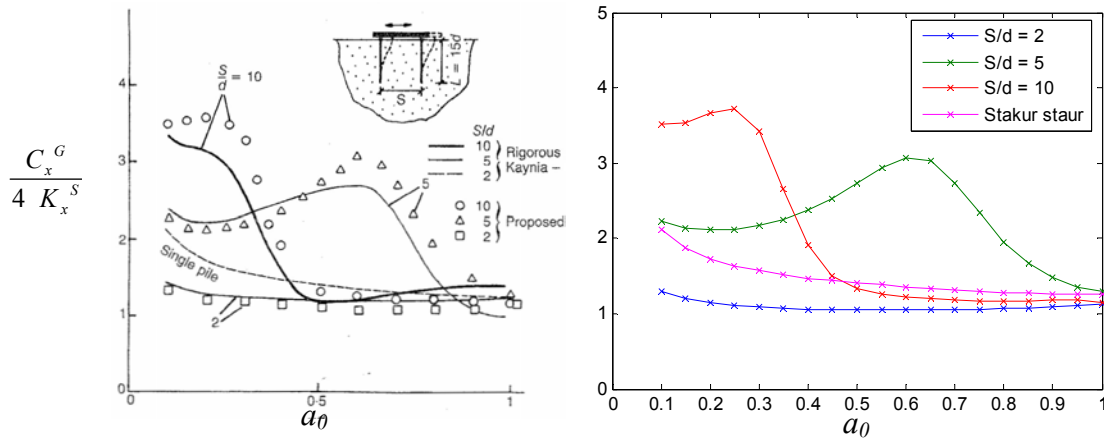
Líkt og lárétta stífnin hækkar deyfing með vaxandi skúfbylgjuhraða.

### 3.4.2 Stauraþyrping

Í kafla 2.4.5 er sett fram aðferðarfræði skv. fræðigreini Dobry og Gazetas (1988), til ákvörðunar hreyfðarfræðilegrar lárétrrar stífni og deyfni stauraþyrpingar. Réttá virkni aðferðarfræðinnar er hægt að sannreyna með því að setja hana upp í reikniforritinu Matlab og bera næst saman gefin gröf í fræðigreininni og myndir er teiknaðar eru eftir að aðferðarfræðin hafði verið forrituð í Matlab, sbr. myndir 3.12 og 3.13. Samanburður gefur góða raun og því er reikniforritið næst notað til að ákvarða hreyfðarfræðilega stífni stauraþyrpinga neðan landstöpla og millistöplu. Myndir 3.12 og 3.13 hér á eftir sýna samvirkni  $2 \times 2$  stauraþyrpingar í einsleitum jarðvegi ( $E_p/E_s = 1000$ ,  $L/d = 15$ ). Einingin  $a_0$  stendur fyrir einingarlausu tíðni ( $a_0 = \omega d/V_s$ ). Stauraþyrpingin er innspennt að ofan í stífa plötu.



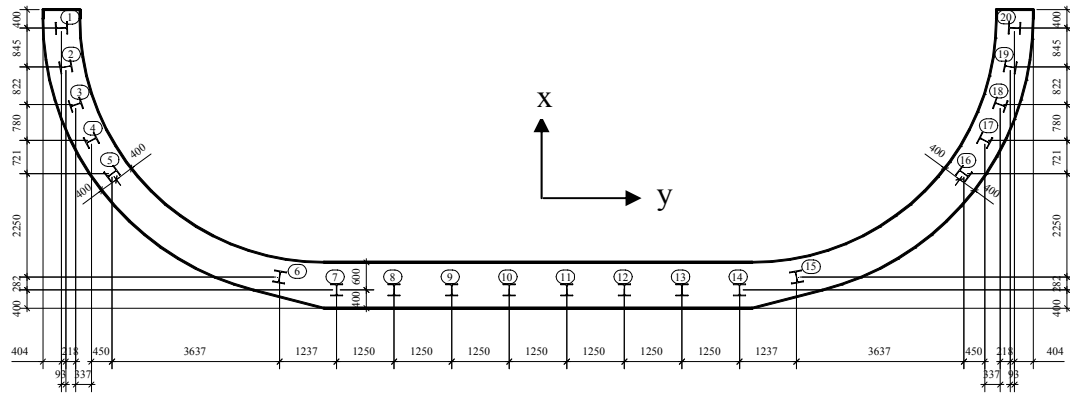
**Mynd 3.12** Heildar hreyfðarfræðileg stífni  $2 \times 2$  stauraþyrpingar deilt með hreyfðarfræðilegri stífni 4 stakra staura. Samanburður á aðferðarfræði, (punktar vinstri mynd) og uppsettu reiknilíkani í Matlab (hægri mynd). ( $E_p/E_s = 1000$ ,  $L/d = 15$ ). Einingin  $a_0$  stendur fyrir einingarlausu tíðni ( $a_0 = \omega d/V_s$ ).



**Mynd 3.13** Heildar hreyðarfræðileg deyfni  $2 \times 2$  stauraþyrpingar deilt með hreyðarfræðilegri deyfni 4 stakra staura. Samanburður á aðferðarfræði, (punktar vinstri mynd) og uppsettu reiknilíkani í Matlab (hægri mynd). ( $E_p/E_s = 1000$ ,  $L/d = 15$ ). Einingin  $a_0$  stendur fyrir einingarlausu tíðni ( $a_0 = \omega d/V_s$ ).

**3.4.3 Landstöplar**

Í hvorn landstöplu eru innsteyptir 20 staurar sem reknir voru niður í klöpp. Dýpi á klöpp neðan sökkulbotns hefur verið nálgæð sem 8 m. Staðsetningu stauranna í landstöplum má sjá á mynd 3.14. Landstöpullinn er samhverfur um langátt brúarinnar ( $x$ -ás) og því er eingöngu þörf á að reikna hreyðarfræðilega stífni og deyfni staura nr. 1 - 10. Beitt er aðferðarfræði kafla 2.4.5. til ákvörðunar á minnkunarstuðlum hreyðarfræðilegrar stífni og deyfni staks staus sökum samvirkniáhrifa aðliggjandi staura. Í tölvutækum ólínulegum reiknilíkönum í kafla 3.5 er staurunum skipt út fyrir tíðniháða gorma og dempara er halda við stöplana. Kennigildi þeirra eru gefin í töflu 3.7 fyrir grunntíðnina  $f = 3$  Hz. Þegar tafla 3.7 er skoðuð sjást samvirkniáhrifin innan stauraþyrpingarinnar til lækkunar stífni og deyfni einstakra staura. Samvirkniáhrif eru mest fyrir miðlægu staurana nr. 10 og 11 en minnst fyrir staura nr. 1 og 20 á endum landstöplulsins.

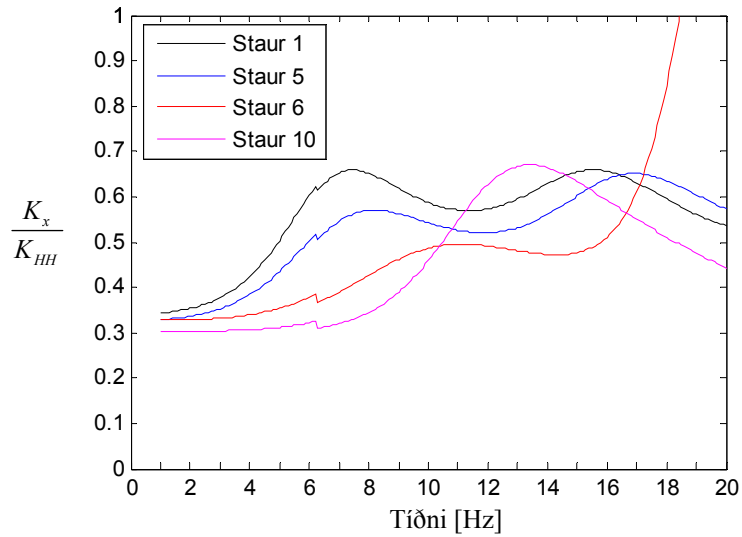


Mynd 3.14 Staðsetning staura í landstöpli.

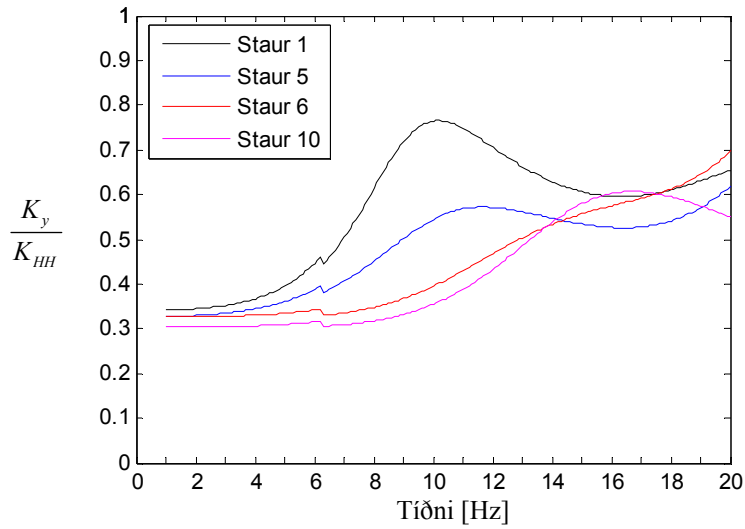
Tafla 3.7 Stífni og deyfnistuðlar staura í landstöpli fyrir grunntíðnina  $f = 3$  Hz.  $K_x$  stendur fyrir hreyðarfræðilega stífni í langátt brúar og  $K_y$  fyrir hreyðarfræðilega stífni þvert á langátt brúarinnar.  $K_{HH}$  stendur fyrir hreyðarfræðilega stífni staks staura án samvirkniáhrifa sbr. kafla 2.3.1.

Staur nr.	$K_x/K_{HH}$	$K_x$ [MN/m]	$K_y/K_{HH}$	$K_y$ [MN/m]	$C_x$ [MNs/m]	$C_y$ [MNs/m]
1	0,377	75,3	0,352	70,3	1735	1503
2	0,359	71,7	0,336	67,1	1518	1295
3	0,350	69,9	0,329	65,7	1436	1207
4	0,347	69,4	0,328	65,4	1426	1186
5	0,353	70,4	0,335	66,9	1519	1250
6	0,332	66,3	0,328	65,5	1419	1163
7	0,319	63,6	0,317	63,2	1282	1052
8	0,311	62,0	0,310	61,9	1209	988
9	0,306	61,1	0,306	61,2	1170	954
10	0,304	60,7	0,305	60,8	1153	938

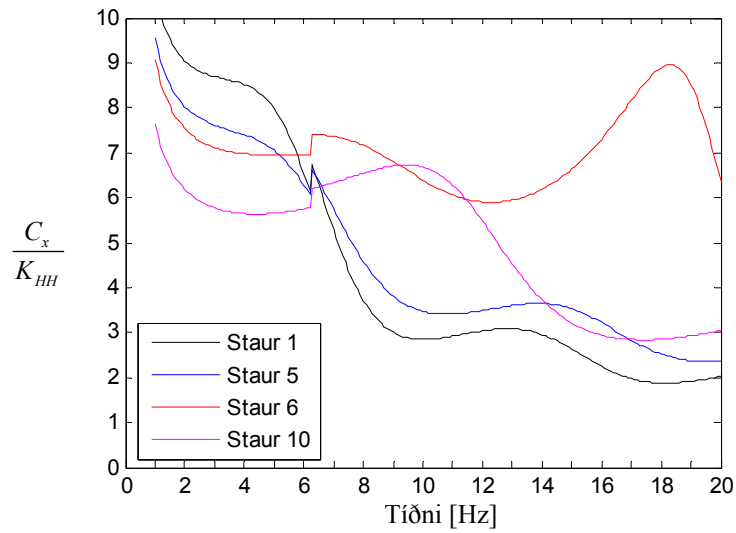
Hér á eftir er teiknuð hreyðarfræðileg stífni og deygni valdra staura í landstöplunum sem hlutfall af hreyðarfræðilegri stífni staks staura,  $K_{HH}$ , (sjá myndir 3.15-3.18).



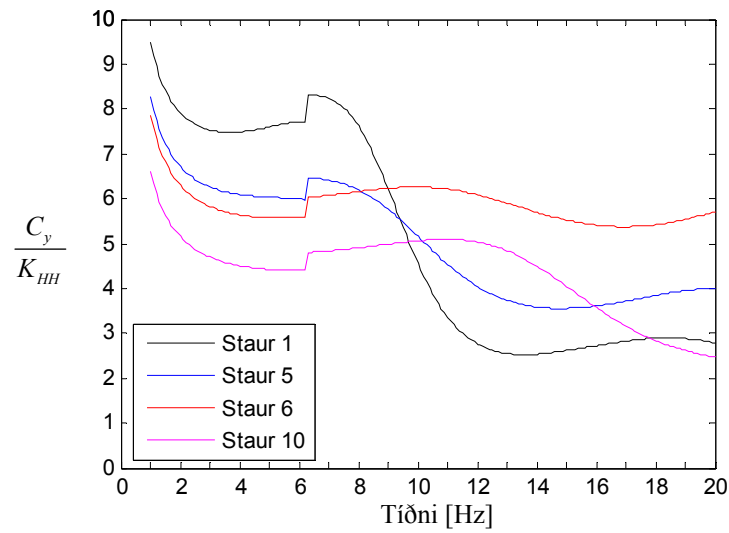
**Mynd 3.15** Tíðniháða hlutfallið  $K_x/K_{HH}$  milli hreyðarfræðilegrar stífni staura neðan landstöpuls í langátt brúarinnar og hreyðarfræðilegrar stífni staks stauris án samvirkniáhrifa.



**Mynd 3.16** Tíðniháða hlutfallið  $K_y/K_{HH}$  milli hreyðarfræðilegrar stífni staura neðan landstöpuls í þverátt brúarinnar og hreyðarfræðilegrar stífni staks stauris án samvirkniáhrifa.



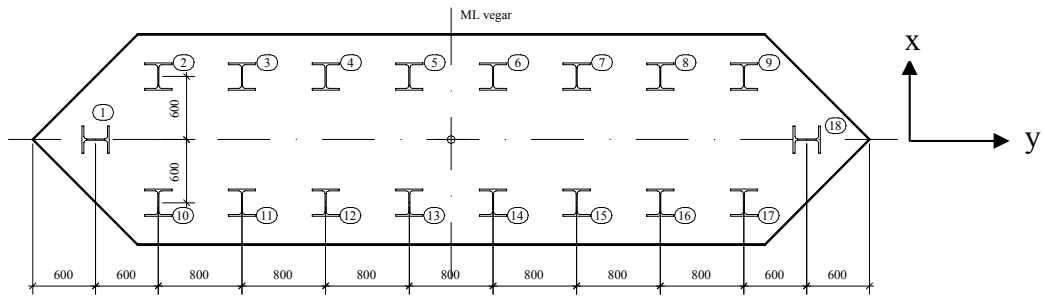
**Mynd 3.17** Tíðniháða hlutfallið  $C_x/K_{HH}$  milli hreyðarfræðilegrar deyfni staura í landstöpli í langátt brúarinnar og hreyðarfræðilegrar stífni staks stauris án samvirkniáhrifa.



**Mynd 3.18** Tíðniháða hlutfallið  $C_y/K_{HH}$  milli hreyðarfræðilegrar deyfni staura í landstöpli í þverátt brúarinnar og hreyðarfræðilegrar stífni staks stauris án samvirkniáhrifa.

### 3.4.4 Millistöpull

Í millistöpul eru innsteyptir 18 staurar sem reknir voru niður í klöpp. Dýpi á klöpp neðan sökkulbotns hefur verið nálgæð sem 8 m. Staðsetningu stauranna í millistöpli má sjá á mynd 3.19, en millistöpullinn er samhverfur bæði um langátt brúarinnar ( $x$ -ás) og þverátt hennar ( $y$ -ás), því er eingöngu þörf á að reikna hreyðarfræðilega stífni og deyfingu staura nr. 1-5. Beitt er aðferðarfræði kafla 2.4.5 til ákvörðunar á minnkunarstuðlum á hreyðarfræðilegri stífni og deyfni staks staurar sökum samvirkniáhrifa aðliggjandi staura.



Mynd 3.19 Staðsetningu staura í millistöpli.

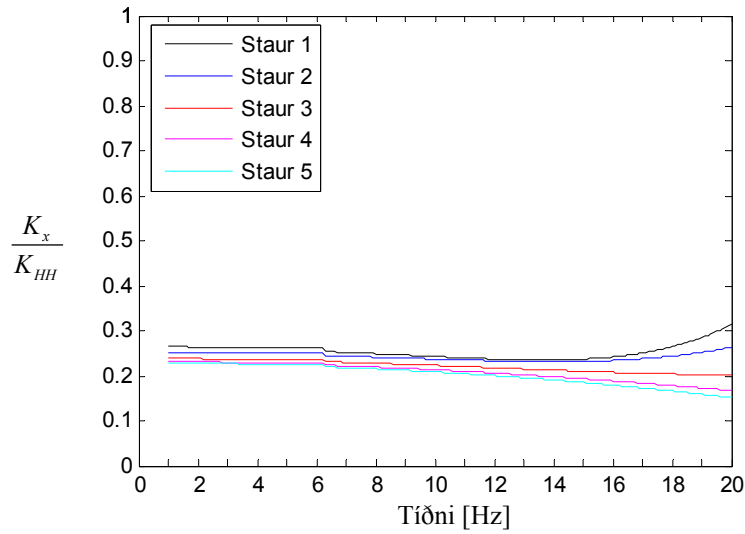
Í tölvutækum ólínulegum reiknilíkönunum í kafla 3.5 er staurunum skipt út fyrir tíðniháða gorma og dempara er halda við stöplana. Kennigildi þeirra eru gefin í töflu 3.8 fyrir grunntíðnina  $f = 3$  Hz. Þegar tafla 3.8 er skoðuð sjást samvirkniáhrifin innan stauraþyrpingarinnar til lækkunar stífni og deyfni einstakra staura. Samvirkniáhrifin eru mest fyrir miðlægasta staurinn nr. 5 en minnst fyrir staur nr. 1 er liggur fjarst miðju stöpsulsins.

Tafla 3.8 Stífni og deyfnistuðlar staura í millistöpli fyrir grunntíðni  $f = 3$  Hz.  $K_x$  stendur fyrir hreyðarfræðilega stífni í langátt brúar og  $K_y$  fyrir hreyðarfræðilega stífni þvert á langátt brúarinnar.  $K_{HH}$  stendur fyrir hreyðarfræðilega stífni staks staurar án samvirkniáhrifa sbr. kafla 2.3.1.

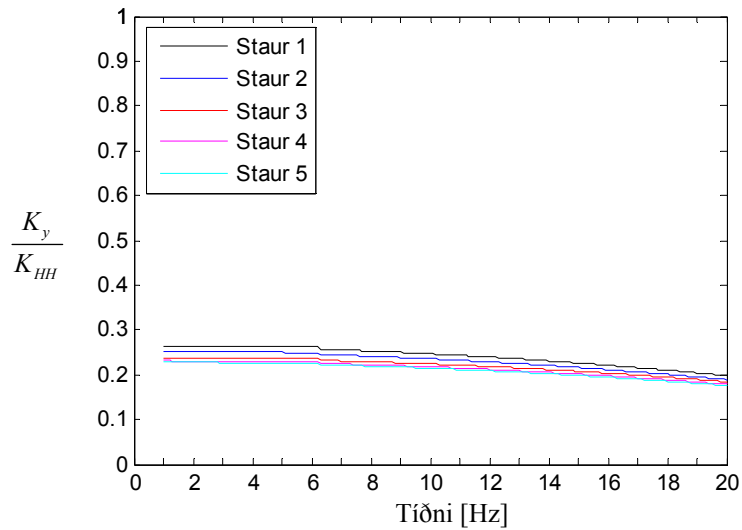
Staur nr.	$K_x/K_{HH}$	$K_x$ [MN/m]	$K_y/K_{HH}$	$K_y$ [MN/m]	$C_x$ [MNs/m]	$C_y$ [MNs/m]
1	0,263	52,6	0,264	52,7	623,1	2,206
2	0,251	50,2	0,251	50,2	534,3	2,026
3	0,237	47,4	0,237	47,4	451,8	1,779
4	0,230	45,9	0,230	46,0	409,6	1,653
5	0,227	45,3	0,227	45,4	391,0	1,597



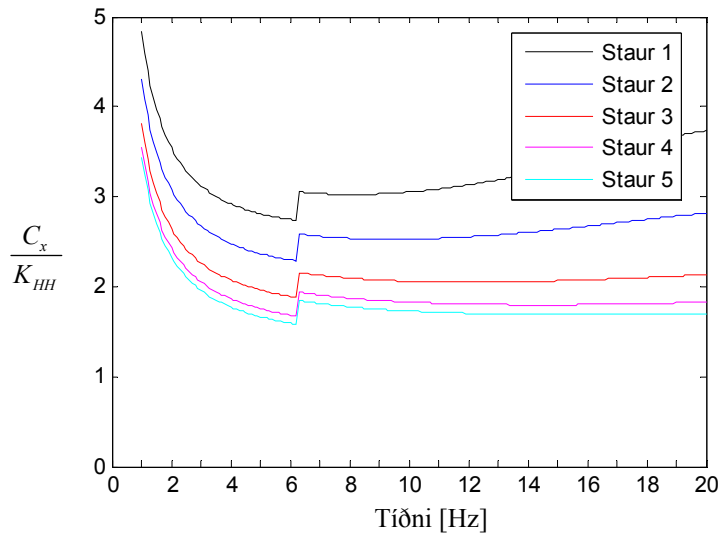
Hér á eftir er teiknuð hreyfðarfræðileg stífni og deyfni staurana í millistöplinum sem hlutfall af hreyfðarfræðilegri stífni staks staur,  $K_{HH}$ , (sjá myndir 3.20-3.23).



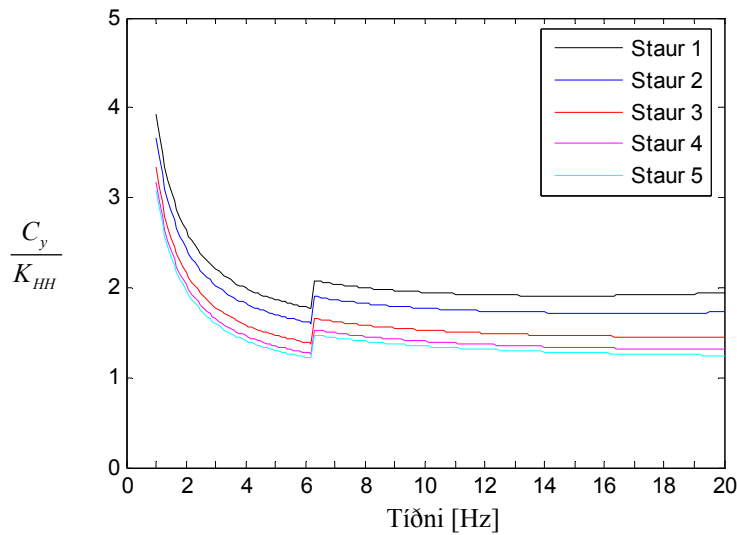
**Mynd 3.20** Tíðniháða hlutfallið  $K_x/K_{HH}$  milli hreyfðarfræðilegrar stífni staura neðan millistöpuls í langátt brúar og hreyfðarfræðilegrar stífni staks staur án samvirkniáhrifa.



**Mynd 3.21** Tíðniháða hlutfallið  $K_y/K_{HH}$  milli hreyfðarfræðilegrar stífni staura neðan millistöpuls í þverátt brúar og hreyfðarfræðilegrar stífni staks staur án samvirkniáhrifa.



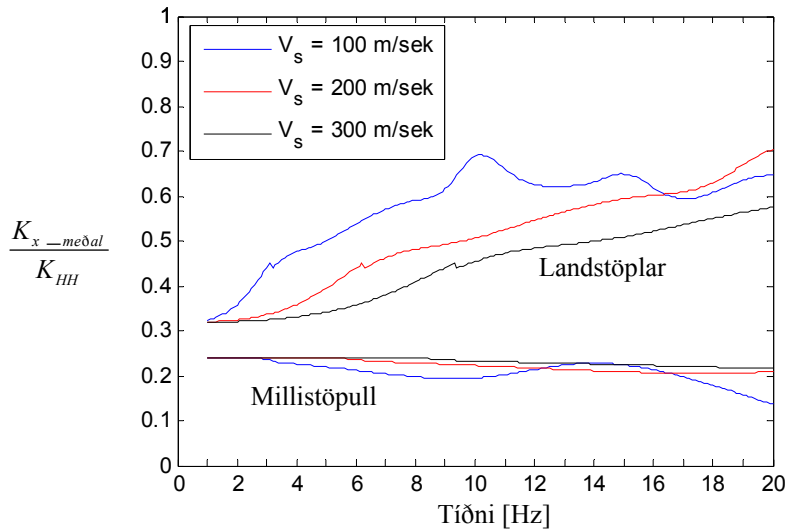
**Mynd 3.22** Tíðniháða hlutfallið  $C_x/K_{HH}$  milli hreyfðarfræðilegrar deyfni staura neðan millistöþuls í langátt brúar og hreyfðarfræðilegrar stífni staks stauris án samvirkniáhrifa.



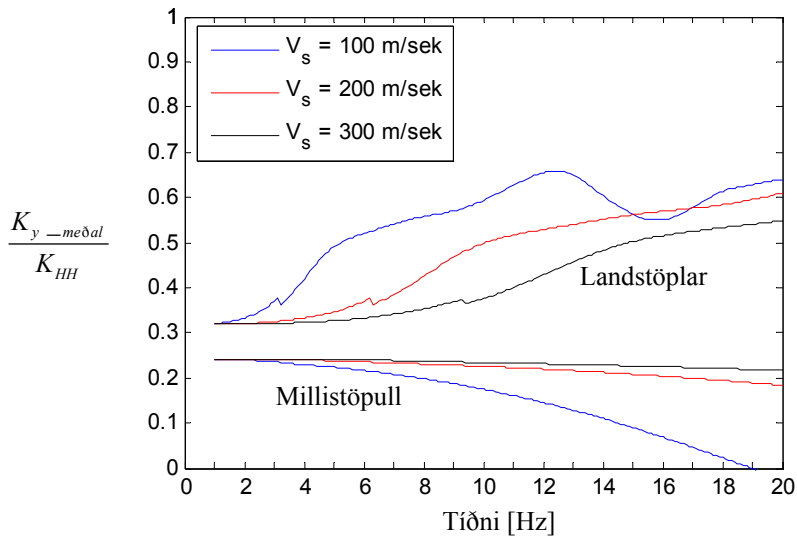
**Mynd 3.23** Tíðniháða hlutfallið  $C_y/K_{HH}$  milli hreyfðarfræðilegrar deyfni staura neðan millistöþuls í þverátt brúar og hreyfðarfræðilegrar stífni staks stauris án samvirkniáhrifa.

### 3.4.5 Samanburður á eiginleikum staurabyrpinga neðan stöpla.

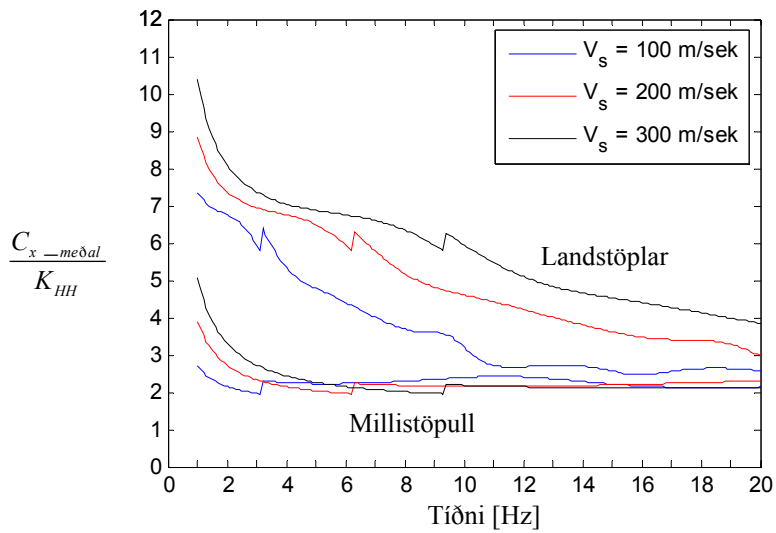
Heildar hreyfðarfræðilega stífni og deyfingu staurabyrpinganna má ákvarða með því að leggja saman stífni og deyfni einstakra staura innan þeirra. Á myndum 3.24 til 3.27 hefur meðalgildi hreyfðarfræðilegrar stífni og deyfni staura neðan landstöpla og millistöplars verið teiknað upp fyrir mismunandi skúfbylgjuhraða. Greinilegt er að samvirkniáhrif eru mun meiri fyrir millistöplinn enda er fjarlægðin þar milli staura mun minni.



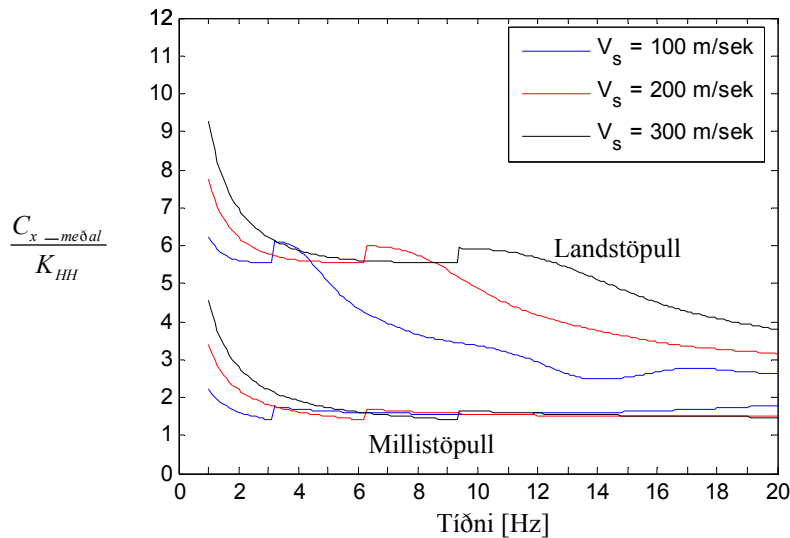
**Mynd 3.24** Meðalgildi hreyfðarfræðilegrar stífni staura í langátt brúarinnar ( $K_{x\_medal}$ ) fyrir mismunandi skúfbylgjuhraða.



**Mynd 3.25** Meðalgildi hreyðarfræðilegrar stífni staura í þverátt brúarinnar ( $K_{y\_medal}$ ) fyrir mismunandi skífbylgjuhraða.



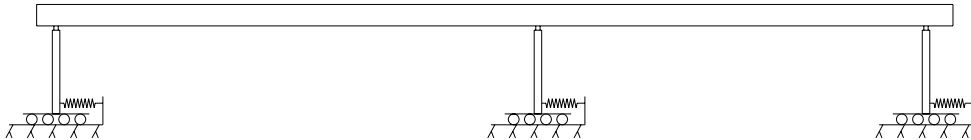
**Mynd 3.26** Meðalgildi hreyðarfræðilegrar deyfni staura í langátt brúarinnar ( $C_{x\_medal}$ ) fyrir mismunandi skífbylgjuhraða.



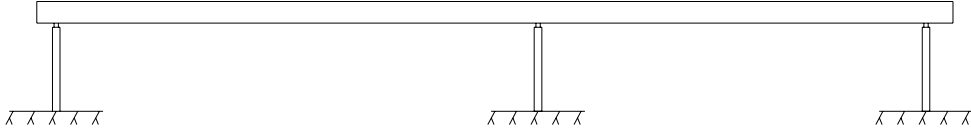
**Mynd 3.27** Meðalgildi hreyðarfræðilegrar deyfni þvert á langátt brúarinnar ( $C_{y\_meðal}$ ) fyrir mismunandi skífbylgjuhraða

### 3.5 Tölvutæk líkön

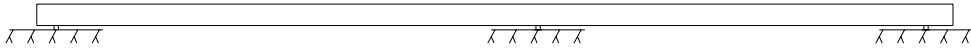
Tölvutæk ólínuleg reiknilíkön af brúnni á Brúará hjá Efri-Reykjum voru sett upp í einingarforritinu SAP2000. Bæði var sett upp einfalt líkan úr bitaeiningum (e. frame elements) og ítarlegra líkan úr kubbaeiningum (e. solid elements). Fyrir hvort reiknilíkan voru keyrð þrjú mismunandi tilvik, sbr. myndir 3.28 - 3.30. Fylgt var útboðsgögnum Vegagerðarinnar við teiknun þversniða brúarinnar. Steinsteypa í yfirbyggingu brúarinnar og stöplum er í styrkleikaflokki C35, rúmþyngd hennar var áætluð  $24 \text{ kN/m}^3$  og skammtímafjaðurstuðull steinsteypu var ákvarðaður sem 90% af gildi Eurocode 2 (EC2)  $E_{skammtíma} = 0,9 \cdot E_{cm\_EC2} = 30,15 \text{ kN/mm}^2$ .



**Mynd 3.28** Tilvik 1, tíðniháðir láréttir gormar og demparar koma í stað staura.



**Mynd 3.29** Tilvik 2, stöplar festir í klöpp.



**Mynd 3.30** Tilvik 3, reiknilíkan án stöpla, jarðskjálftalegur festar í klöpp.

### 3.5.1 SAP2000

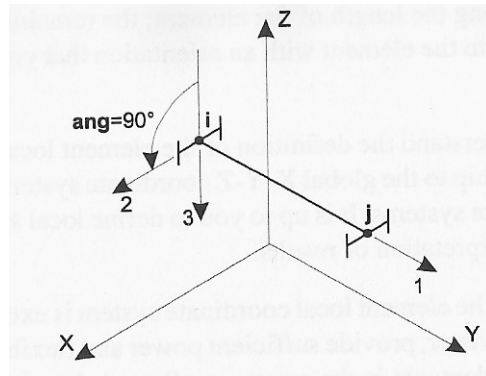
Reiknilíkön voru sett upp í einingarforritinu SAP2000 útgáfa Nonlinear 8.1.2. Þessi útgáfa SAP2000 býður uppá að skilgreina ólínulegar tengi einingar (e. link element) eins og t.d. blýgúmmilegur og að keyra síðan ólínulega tímaraðagreiningu. Boðið er uppá tvær megináðferðir [Wilson, 2002].

- Að reikna svörun burðarvirkis útfrá ákveðnum fjölda af fyrstu sveifluformum þess sem fléttuð eru saman við ólínulegu tengieiningarinar (legunar) (e. nonlinear modal history eða fast nonlinear analysis (FNA))
- Bein heildun á kerfisjöfnunum (e. nonlinear direct intergration history)

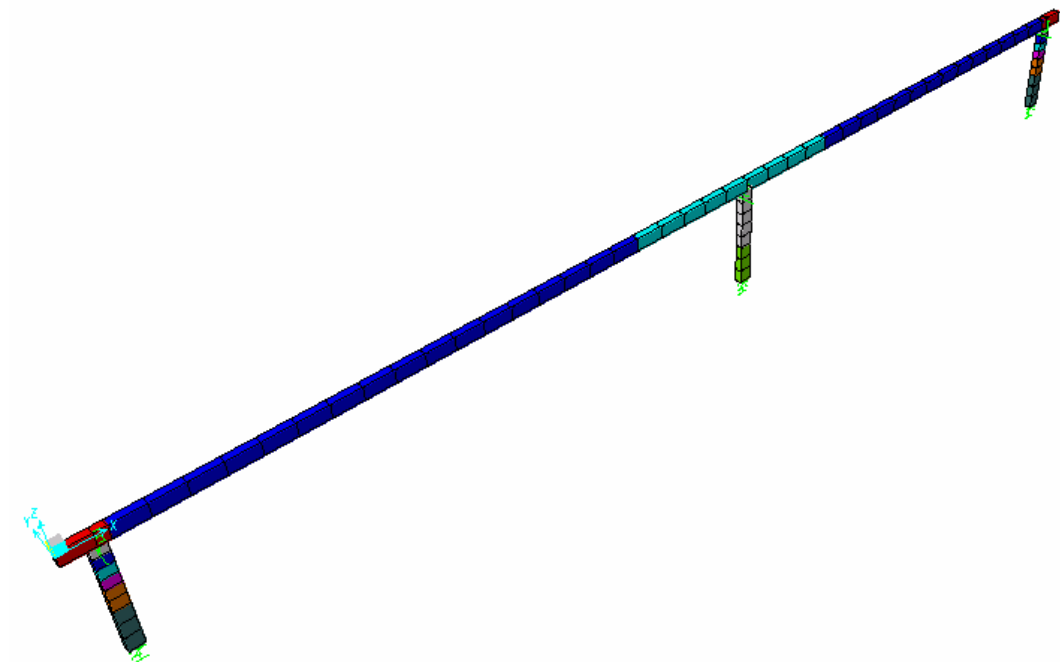
Við verkefnisvinnuna var fyrri áðferðin notuð (FNA). Hvert tímaskref var sett sem 0,01 sek og var svörun brúarinnar reiknuð fyrir fyrstu 30 sek. mældrar tímaraðar á Hellu 17. júní 2002 kl. 15:40. Notendavænt viðmót er stór kostur við notkun SAP2000. Einfalt er að setja upp reiknilíkönin, en þeim og efniseiginleikum þeirra má breyta bæði innan virks glugga í SAP2000 eða í gagnagrunnstöflum. Einnig er hægt að flytja út líkanið á töfluformi á Excel. sniði til að vinna með það í Excel.

### 3.5.2 Einfalt reiknilíkan úr bitaeiningum

Bitaeining er einfaldlega bein lína milli tveggja punkta í SAP2000 er hefur eigið hnitakerfi sbr. mynd 3.31. Einingunni eru síðan gefnir ákveðnir þversniðseiginleikar, einnig má velja þversnið í gagnagrunni forritsins. Hér voru þversniðseiginleikar brúarinnar ákvarðaðir skv. útboðsteikningum Vegagerðarinnar með því að teikna þversniðin upp í forritunum AutoCad og ShapeBuilder. Mismunandi litir á mynd 3.32 sýna ólíka þversniðseiginleika bitalíkansins. Lengd bitaeininga í yfirbyggingu brúarinnar er einn metri, lengd bitaeininga í sökklum er hálfur metri en bitaeiningar í væng landstöpsuls eru mun þéttari til að ná betur breytilegu flatarmáli vængsins.

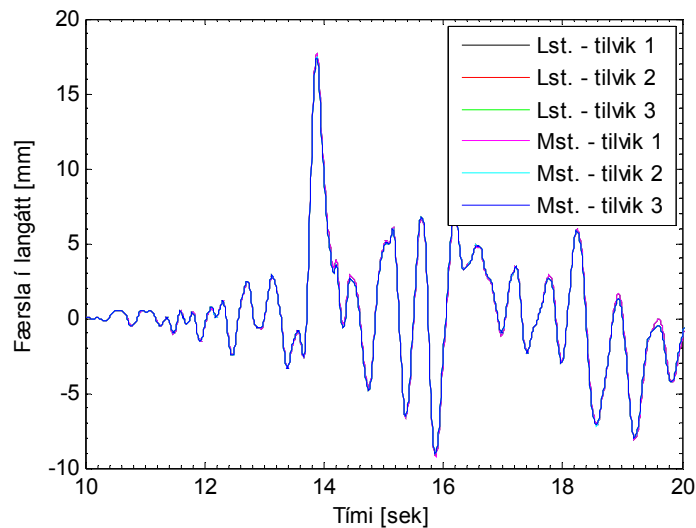


*Mynd 3.31* Bitaeining ásamt staðbundnum hnitum og kerfishnitum [Computers and Structures, 2002].



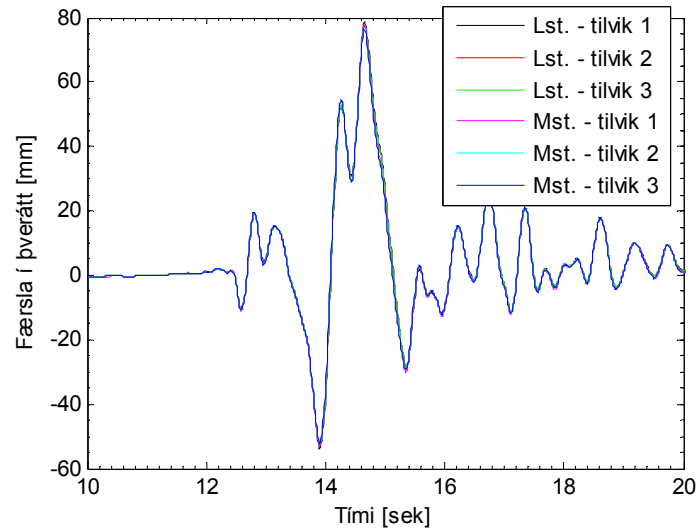
*Mynd 3.32* Bitalíkan brúar á Brúará á gormum, mismunandi litir tákna mismunandi þversniðsstærðir.

Eftir að hafa keyrt mælda tímaröð yfirborðshröðunar á Helli þann 17. júní 2000, kl. 15:40 á tilvik 1-3, sbr. myndir 3.28-3.30 eru teiknaðar myndir af færslu yfirbyggingu brúarinnar ofan blý-gúmmílega á landstöpli og gúmmílega á miðstöpli (myndir 3.33 og 3.34), færslu landstöpsuls og millistöpsuls neðan lega, (myndir 3.35 og 3.36) og að lokum færsla sökkulbotnsins (myndir 3.37 og 3.38). Líkt og vænta má þegar hröðunarraðirnar frá Helli eru skoðaðar er færsla yfirbyggingar brúarinnar mest í þverátt hennar, sbr. mynd 3.33. Mesta færsla yfirbyggingar brúarinnar er þó aðeins um 78,7 mm. Athygli vekur að færsla landstöpla og millistöpsuls neðan jarðskjálftalega er hverfandi lítil sem bendir til mikilar sameiginlegrar stífni og deyfni stauraþyrpingana neðan þeirra.

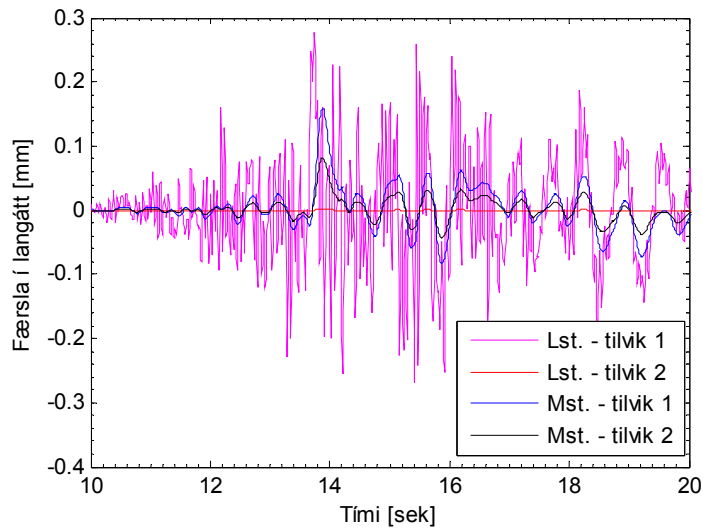


**Mynd 3.33** Bitalíkan. Færsla yfirbyggingar í langátt brúarinnar fyrir tilvikin á myndum 3.28-3.30 (Lst. = Landstöpli og Mst. = Millistöpli).

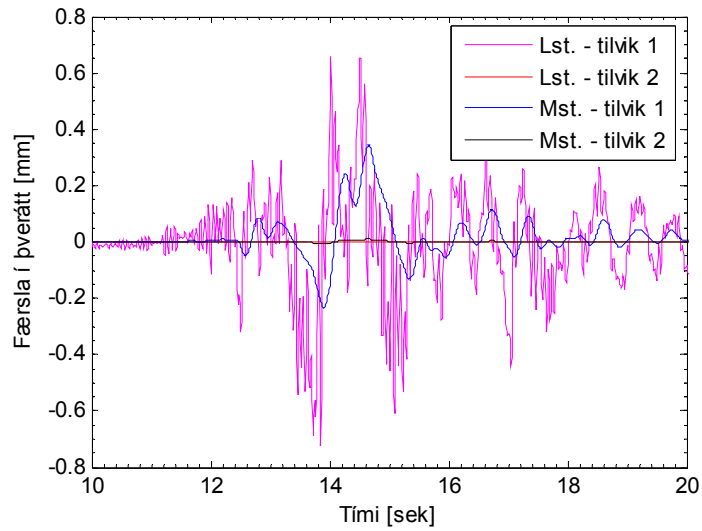




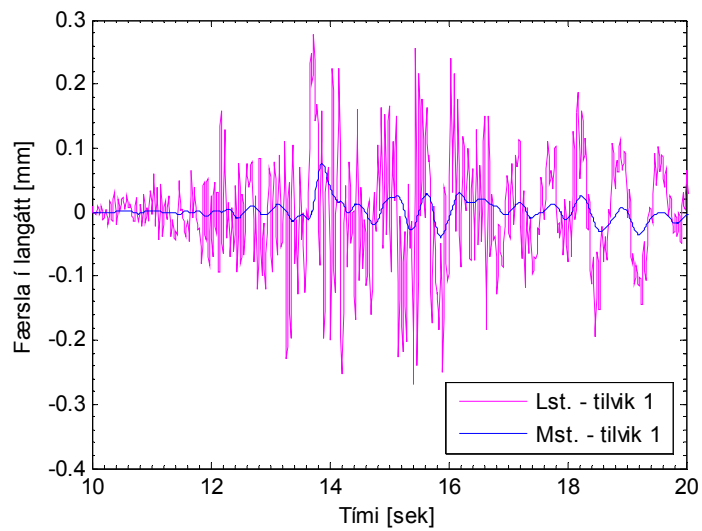
**Mynd 3.34** Bitalíkan. Færsla yfirbyggingar í þverrátt brúarinnar fyrir tilvikin á myndum 3.28-3.30 (Lst. = Landstöpull og Mst. = Millistöpull).



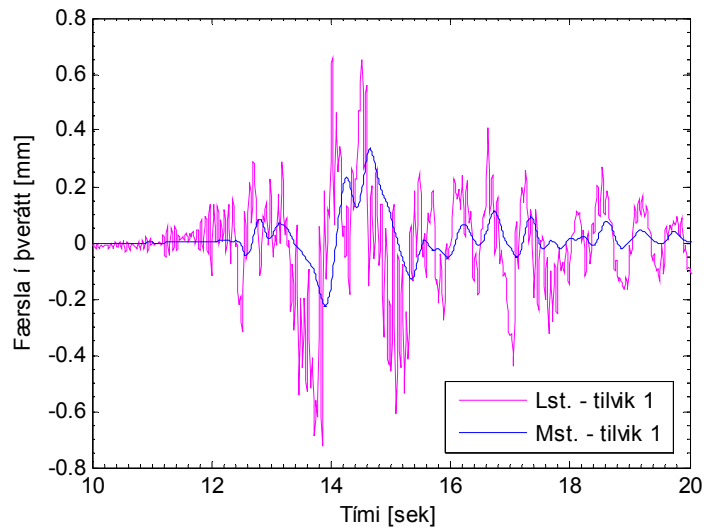
**Mynd 3.35** Bitalíkan. Færsla stöpla neðan jarðskjálftalega í langgátt brúarinnar fyrir tilvikin á myndum 3.28-3.29 (Lst. = Landstöpull og Mst. = Millistöpull).



**Mynd 3.36** Bitalíkan. Færsla stöpla neðan jarðskjálftalega í þverátt brúarinnar fyrir tilvikin á myndum 3.28-3.29 (Lst. = Landstöpull og Mst. = Millistöpull).



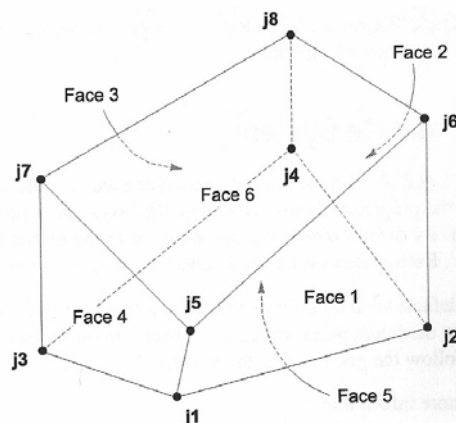
**Mynd 3.37** Bitalíkan. Færsla sökkulbotns í langátt brúarinnar fyrir tilvikið á mynd 3.28 (Lst. = Landstöpull og Mst. = Millistöpull).



**Mynd 3.38** Bitalíkan. Færsla sökkulbotns í þverrátt brúarinnar fyrir tilvikið á mynd 3.28 (Lst. = Landstöpull og Mst. = Millistöpull).

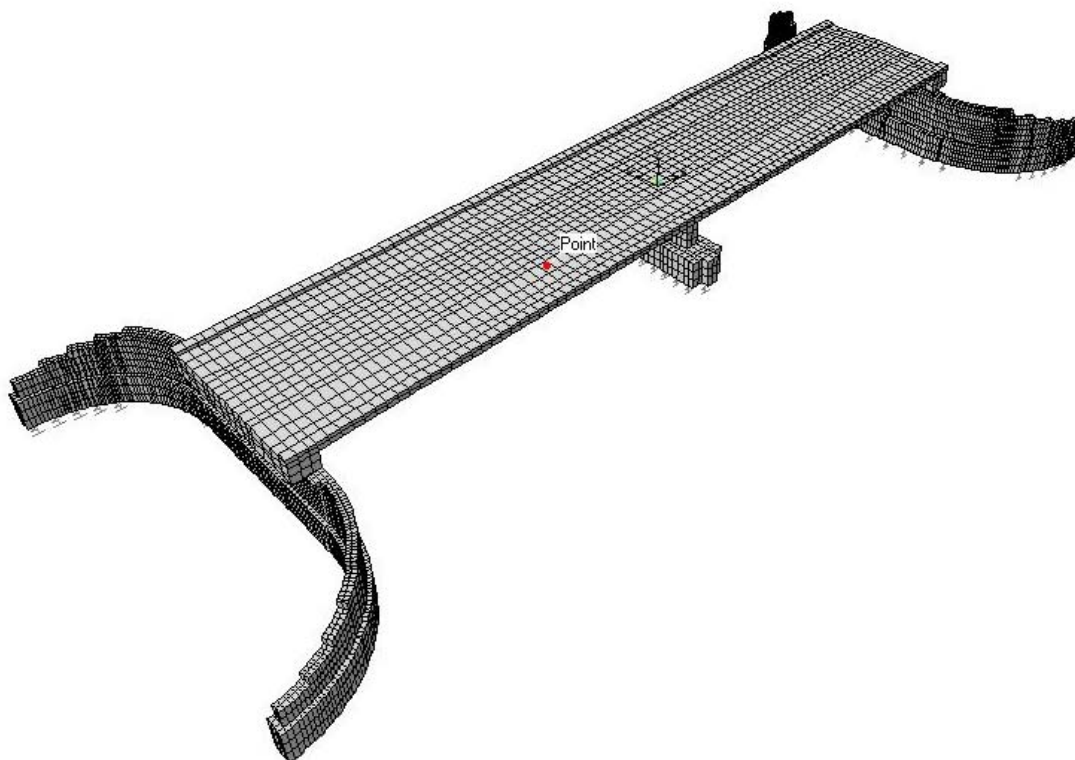
### 3.5.3 Ýtarlegra reiknilíkan úr kubbaeiningum

Kubbaeining (e. solid element) er átta hnúta eining til nálgunar á eiginleikum þrívíðra burðareininga og fastra efna sbr. mynd 3.39. Efniseiginleikar kubbaeininganna eru skv. skilgreiningu á eiginleikum steypu eins og þeir voru settir fram í kafla 3.5.1.



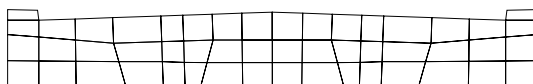
**Mynd 3.39:** Kubbur er burðareining í þremur víddum [Computers and Structures, 2002].

Þversnið skv. útboðsteikningum Vegagerðarinnar voru teiknuð upp í AutoCad, sbr. myndir 3.41-3.45, þaðan voru þau tekinn inn í SAP2000 þar sem þau voru útvíkkuð í kubbaeiningar með ákveðinni lengd, sjá mynd 3.40.

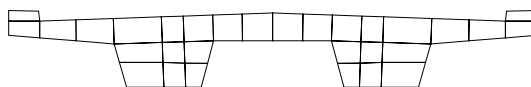


**Mynd 3.40** Kubbalíkan brúar á Brúará á tíðniháðum gormum og dempurum.

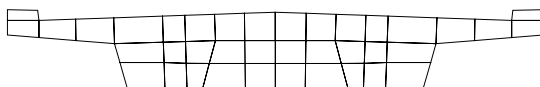
Fínleiki kubbalíkansins er mun meiri en bitalíkansins. Fínleiki vængs landstöplanna var hafður sérstaklega mikill til að hægt væri að sjá betur hegðun hans við jarðskjálftaálag. Skipting þversniða í einingar má sjá á myndum 3.41-3.45, þar sem rétt hlutfall er milli teikninga og sést greinilega, líkt og á mynd 3.40, að fínleiki eininga í væng landstöplurs er mun meiri en í yfirbyggingu brúarinnar.



**Mynd 3.41** Endahluti yfirbyggingar, sbr. rauðan lit hans á mynd 3.32 fyrir bitalíkanið.



**Mynd 3.42** Hafhluti yfirbyggingar, sbr. dökkbláan lit hans á mynd 3.32 fyrir bitalíkanið.



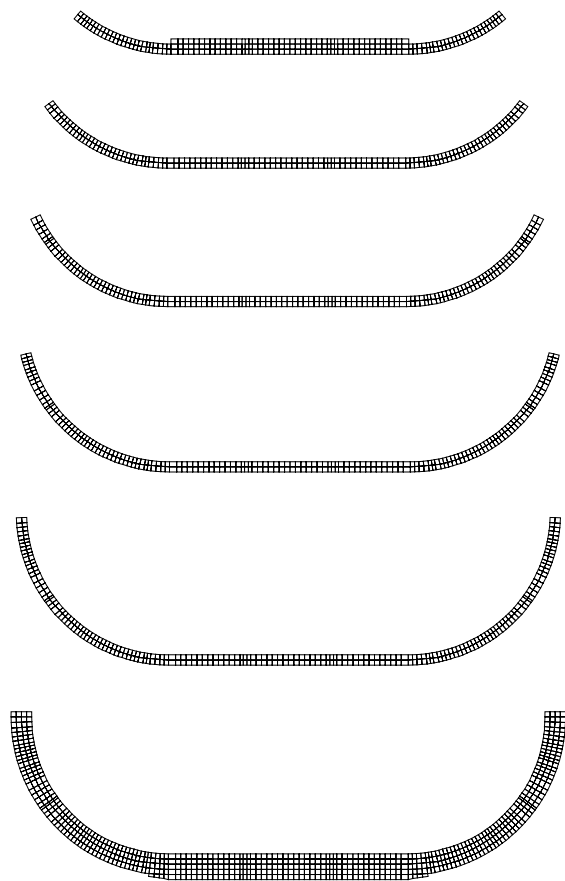
**Mynd 3.43** Miðhluti yfirbyggingar, sbr. ljósbláan lit hans á mynd 3.32 fyrir bitalíkanið.



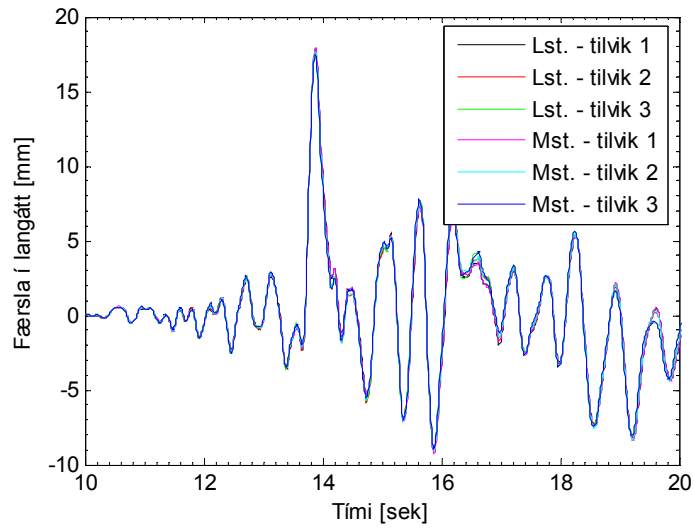
**Mynd 3.44** Þversnið efri og neðri hluta miðstöpsulsins.

Á myndum 3.44 og 3.45 má sjá skiptingu millistöpsuls og landstöpla í einingar. Þversniðunum er raðað eftir hæð þeirra, þ.e. fyrst er efsti hluti stöpsuls og síðan er haldið neðar. Á neðsta þversniðið er raðað tíðniháðum gormum og dempurum, sbr. útreikninga á stífni þeirra í kafla 3.4 hér á undan, einnig sést móta fyrir hluta þeirra á mynd 3.40. Líkt og áður hefur komið fram eru 20 staurar neðan hvors landstöpsuls og 18 neðan millistöpsuls.

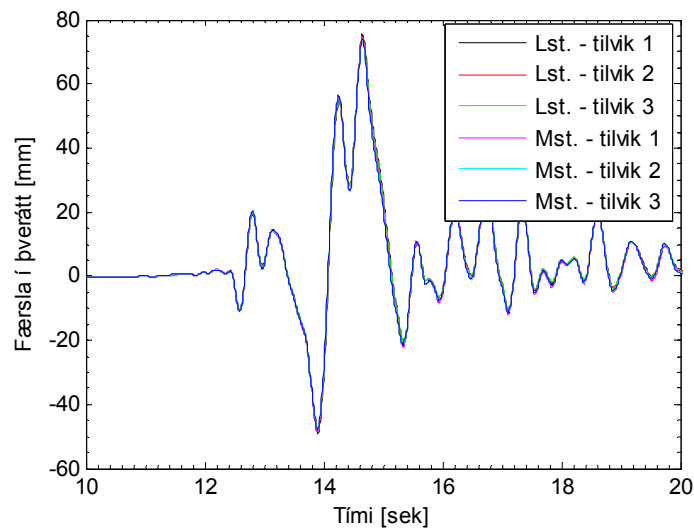
Eftir að hafa keyrt mælda yfirborðshröðun á Helli þann 17. júní 2000 kl. 15:40 á tilvik 1-3, sbr. myndir 3.28-3.30 eru teiknaðar myndir af færslu yfirbyggingu brúarinnar ofan blýgúmmílega á landstöpli og gúmmílega á miðstöpli, færslu landstöpsuls og millistöpsuls neðan lega, og að lokum færslu sökkulbotnsins. Að lokum má nefna að munur á svörun brúarinnar eftir því hvaða tilvik er reiknað er hverfandi. Samanburður á bita- og kubbálíkaninu er gerður í næsta undirkafla.



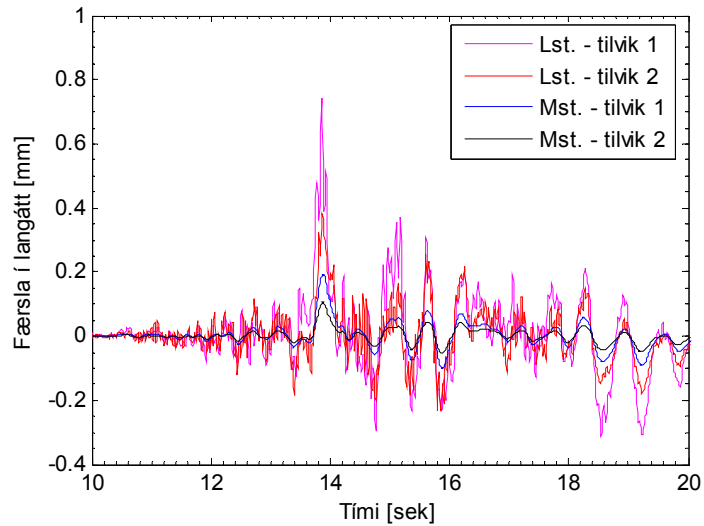
*Mynd 3.45 Þversnið landstöpuls, neðsta þversniðið er þversnið sökkulsins.*



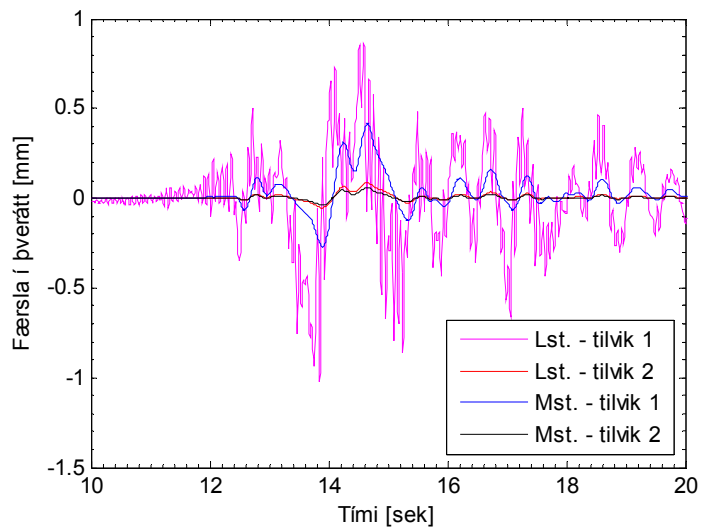
**Mynd 3.46** Kubballikan. Færsla yfirbyggingar í langátt brúarinnar fyrir tilvikin á myndum 3.28-3.30 (Lst. = Landstöpull og Mst. = Millistöpull).



**Mynd 3.47** Kubballikan. Færsla yfirbyggingar í þverátt brúarinnar fyrir tilvikin á myndum 3.28-3.30 (Lst. = Landstöpull og Mst. = Millistöpull).

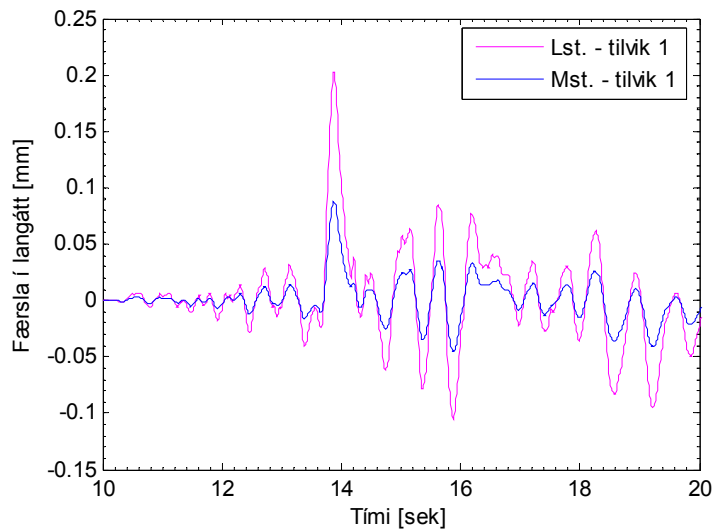


**Mynd 3.48** Kubbalikan. Færsla stöpla neðan lega í langátt brúarinnar fyrir tilvikin á myndum 3.28-3.29 (Lst. = Landstöpull og Mst. = Millistöpull).

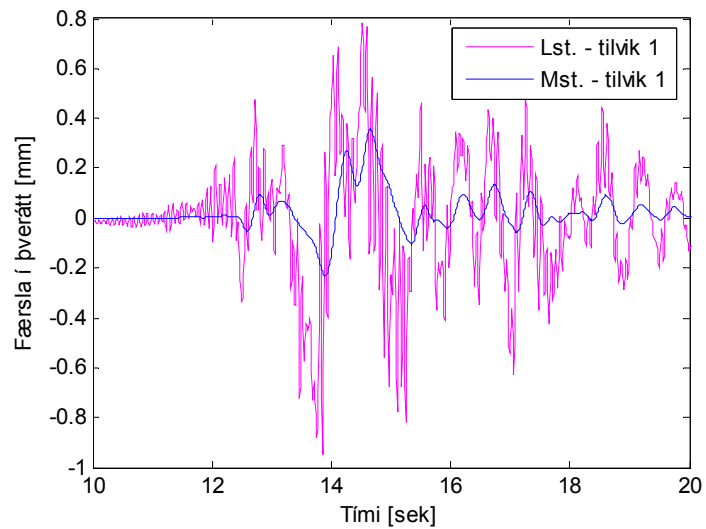


**Mynd 3.49** Kubbalikan. Færsla stöpla neðan lega í þverátt brúarinnar fyrir tilvikin á myndum 3.28-3.29 (Lst. = Landstöpull og Mst. = Millistöpull).





**Mynd 3.50** Kubballíkan. Færsla sökkulbotns í langgátt brúarinnar fyrir tilvikið á mynd 3.28 (Lst. = Landstöpull og Mst. = Millistöpull).



**Mynd 3.51** Kubballíkan. Færsla sökkulbotns í þverátt brúarinnar fyrir tilvikið á mynd 3.28 (Lst. = Landstöpull og Mst. = Millistöpull).

### 3.5.4 Samanburður á líkönum

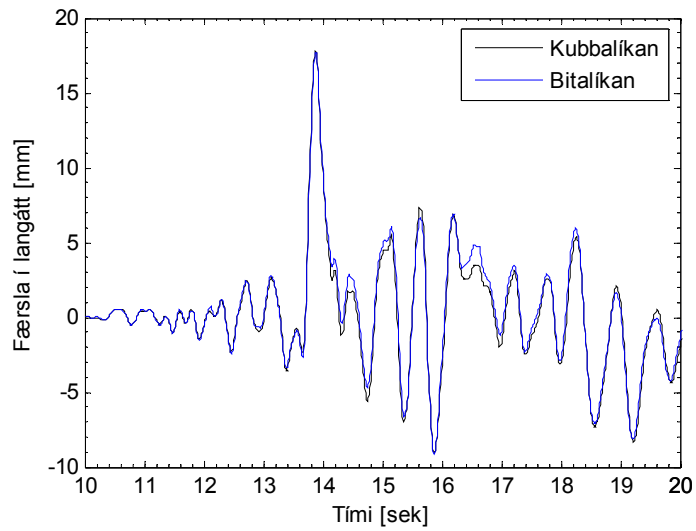
Í köflunum hér að framan hafa verið teiknaðar myndir sem sýna færslu á mismunandi stöðum í brúnni fyrir líkönin tvö, bitalíkan og kubbalíkan. Hér er gerður samanburður á þessum tveimur líkönum, bæði kennistærðum þeirra og færslum. Uppsetning bitalíkans er mun einfaldari aðferð til jarðskjálftagreiningar brúarinnar og var fjöldi bitaeininga hafður eins lítill hægt var. Einingar í yfirbyggingu brúarinnar voru t.d. hafðar helmingi lengri í bitalíkaninu en í kubbalíkaninu. Helst munar um lengri keyrslutíma og fjölda tengieininga kubbalíkansins. Í bitalíkaninu er heildar stífni og deyfni stauraþyrpinga lögð saman í sökkulbotnunum og því eru aðeins skilgreindir 2 tíðniháðir gormar með stífni og deyfni í bitalíkaninu (fyrir landstöpla og millistöpul), þegar skilgreina þarf í kubbalíkaninu 10 tíðniháða gorma með stífni og deyfni fyrir landstöpul og 5 fyrir millistöpli, er gerir alla úrvinnslu tafsama. Einnig er mikill kostur við bitalíkanið að geta fengið niðurstöður samstundis.

*Tafla 3.9 Samanburður á kennistærðum kubba- og bitalíkans fyrir tilvik 1, sbr mynd 3.28.*

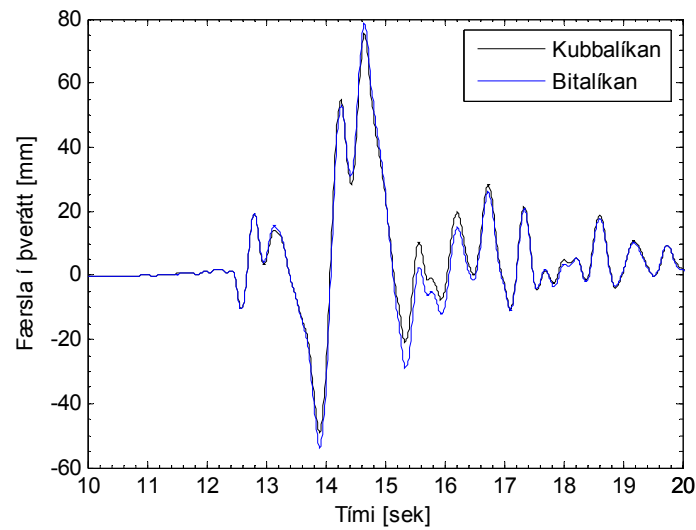
	<b>Kubbalíkan</b>	<b>Bitalíkan</b>
Fyrsti eiginsveiflutími	1,273 sek.	1,263 sek.
Fjöldi kubbaeininga	11400	0
Fjöldi bitaeininga	0	70
Fjöldi tengieininga	64	6
Fjöldi jafnvægislíkinga	53936	432
Stærð stífniskráa	190,4 MB.	37,4 KB.
Tímaskref	0,01 sek.	0,01 sek.
Fjöldi tímaskrefa	3000	3000
Keyrslutími (FNA)*	251 sek.	4 sek.

\* Keyrslutími skv. FNA (e. fast nonlinear analysis)

Teiknuð er færsla yfirbyggingar brúarinnar skv. báðum líkönunum, bæði í langátt brúar og þverátt fyrir tilvik 1, þ.e. brúarlíkan á tíðniháðum gormum og dempurum, sbr. myndir 3.52 og 3.53. Greinilegt er að munur á líkönunum tveimur er hverfandi lítill fyrir færslu yfirbyggingarinnar.



**Mynd 3.52** Færsla yfirbyggingar í langátt brúarinnar fyrir ólínulegu líkönin tvö skv. tilviki nr. 1, sbr. mynd 3.28.



**Mynd 3.53** Færsla yfirbyggingar í þverátt brúarinnar fyrir ólínulegu líkönin tvö skv. tilviki nr. 1, sbr. mynd 3.28.

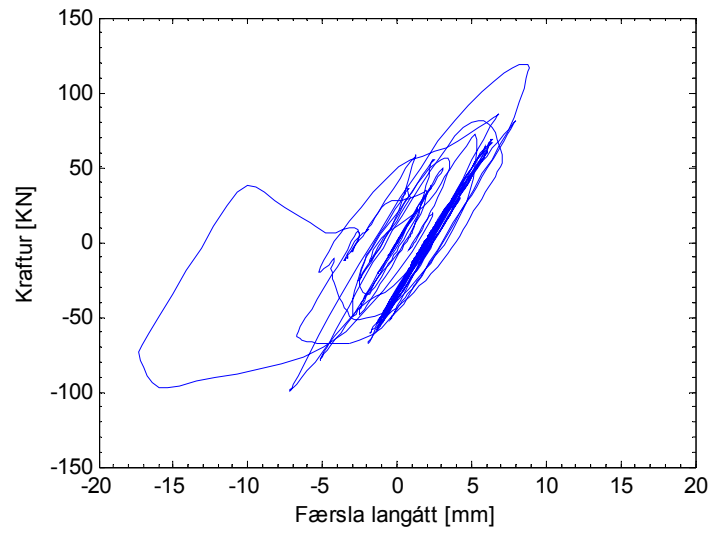
Í töflu 3.10 er gerður samanburður á færslu fyrir líkönin tvö, þar sést betur að munur á reiknilíkönunum er hverfandi lítill, bitalíkanið gefur þó aðeins hærri færslur.

**Tafla 3.10:** Mesta færsla ólínulegu líkananna tveggja fyrir tilvik 1, þ.e. stöplar brúarinnar hvíla á tíðniháðum gormum og dempurum, sbr. mynd 3.28.

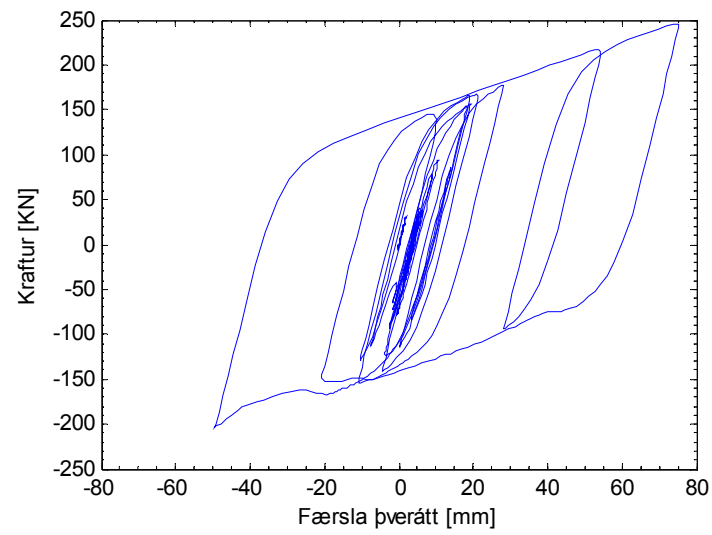
Staðsetning	Kubballíkan [mm]	Bitalíkan [mm]
Ofan landstöpslegu langátt	17,8	17,6
Ofan landstöpslegu þverátt	75,3	78,7
Neðan landstöpslegu langátt	0,74	0,28
Neðan landstöpslegu þverátt	1,02	0,72
Landstöpsbotn langátt	0,20	0,28
Landstöpsbotn þverátt	0,95	0,72
Ofan millistöpslegu langátt	17,9	17,6
Ofan millistöpslegu þverátt	74,6	77,6
Neðan millistöpslegu langátt	0,19	0,16
Neðan millistöpslegu þverátt	0,42	0,34
Millistöpsbotn langátt	0,09	0,08
Millistöpsbotn þverátt	0,36	0,33

### 3.5.5 Svörun jarðskjálftalega

Á myndum 3.54 og 3.55 má sjá svörun blý-gúmmilega á landstöpli þegar keyrð var á brúna mæld yfirborðshröðun á Hellu 17. júní 2000, kl. 15:40. Flotkraftur og flotfærsla blý-gúmmileganna í brúnni voru reiknuð í kafla 3.3.1 sem  $F_y = 154,7$  kN og  $D_y = 9,3$  mm. Við þessi mörk flýtur blýkjarninn í blý-gúmmilegunum og stífni leganna verður seinni stífnin í tvílinulega líkaninu sbr. kafla 2.7.1. Í SAP2000 eru keyrðar samtímis láréttu tímaraðirnar og lóðréttu tímaröðin, það skýrir líklegast af hverju ferillinn á mynd 3.54 fyrir langátt brúarinnar vikur út af línulega sviðinu án þess að hafa náð flotfærslunni.



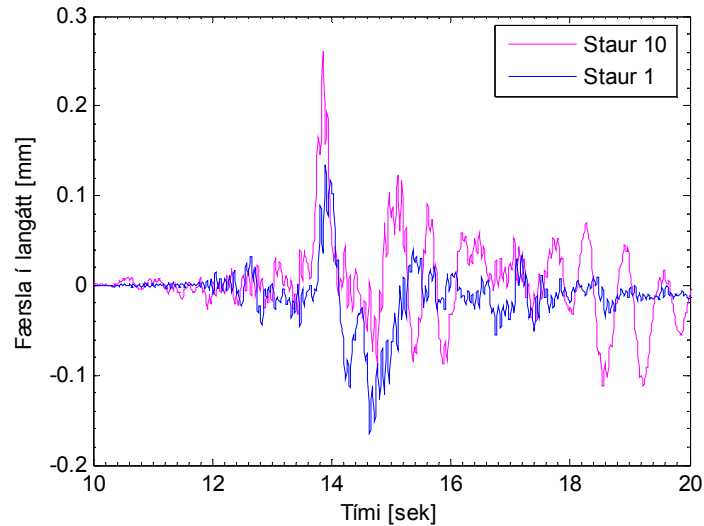
*Mynd 3.54 Svörun blý-gúmmilegu á landstöpli í langátt brúarinnar.*



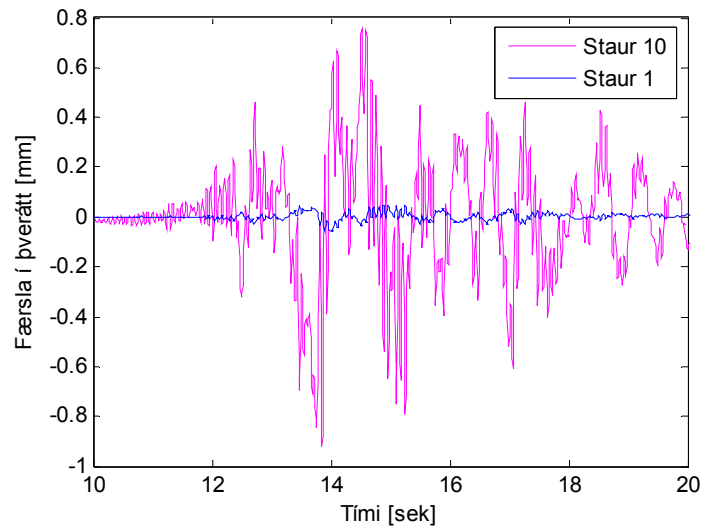
*Mynd 3.55 Svörun blý-gúmmilegu á landstöpli í þverátt brúarinnar.*

### 3.5.6 Kraft- og vægisáraun á staka staura

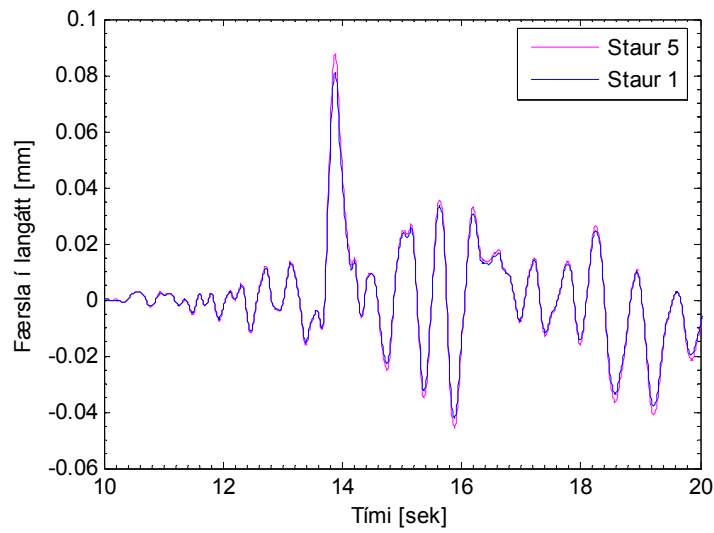
Kubballíkan gerir kleift að ákvarða færslur í punktum sökkulbotns þar sem settir hafa verið tíðniháðir gormar og demparar í stað staura. Kennistærðir gormanna og demparanna eru skv. útreikningum í kafla 3.4. Nokkur munur er t.d. á svörun staura nr. 10 og staura nr. 1 í landstöpli, enda er hreyfðarfræðileg stífni staura nr. 10 nokkuð lægri en staura nr. 1 sbr. töflu 3.7. Einnig liggur staur nr. 10 fyrir miðju landstöplisins þar sem hreyfing af völdum jarðskjálftaálags verður meiri. Nánast enginn munur er á svörun staura í millistöpli, enda minni munur þar á stífni og einnig er bil milli staura minna er leiðir til þess að þeir svara sem ein heild. Samanburður á færslum í hnitum þar sem tíðniháðir gormar og demparar koma inn í ólínulegu líkönin í stað staura er teiknaður á myndum 3.55-3.59.



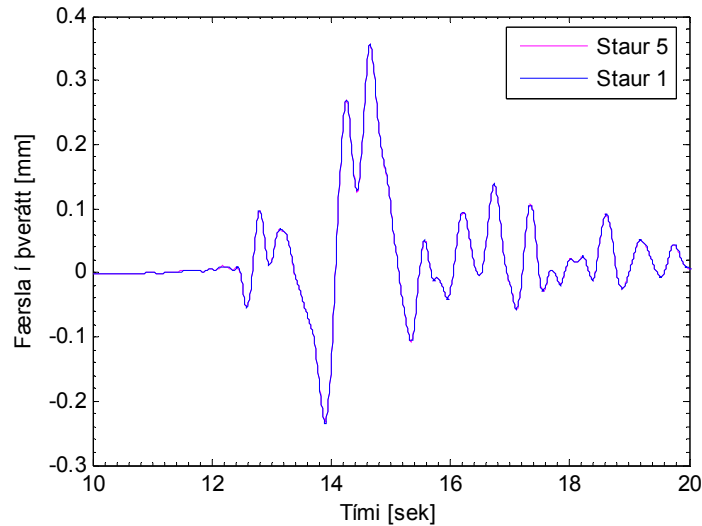
*Mynd 3.56* Kubballíkan. Færsla landstöplisbotns í langgátt brúar í hnitum staura nr. 1 og 10.



*Mynd 3.57* Kubballíkan. Færsla landstöðupulsbotns í þverátt brúar í hnitum staura nr. 1 og 10.



*Mynd 3.58* Kubballíkan. Færsla millistöðupulsbotns í langátt brúar í hnitum staura nr. 1 og 5.



**Mynd 3.59** Kubbalíkan. Færsla millistölpulbotns í þverátt brúar í hnitum staura nr. 1 og 5.

Færslu og kraft í hnútpunktum kubbalíkansins má lesa í SAP2000. Mesta vægi í staurunum við innspennu þeirra í sökkulbotn, er ákvarðað skv. aðferðarfræði í kafla 2.5. Fundin er elastísk lengd staura um sterkari ásinn ( $y$ -ás) og veikari ásinn ( $z$ -ás) fyrir HEB260 stálbita.

**Tafla 3.11** Kennistærðir til ákvörðunar mesta vægis í staurum stauraþyrpinga brúarinnar.

	$y$ - ás	$z$ - ás
Breidd, $b$	260 mm	260 mm
Tregðuvægi, $I$	$149,2 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$	$51,3 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$
Elastísk lengd, $l_{el}$	0,923 m	0,707 m
Rengla, $\lambda$	8,67	11,3

Þegar ákvarða á hágildi vægis við yfirborð og rengla staura er  $\lambda > 2$ , er hágildi vægisáraunar einfaldlega

$$M = \frac{H \cdot l_{el}}{2}$$

Hér er  $H$  hágildi lárétts krafts skv. niðurstöðum reiknilíkans í SAP2000. Nú er hægt að ákvarða vægi í staurum eftir því um hvorn ás staurans vægisáraunin er.



**Tafla 3.12** Minnsta og mesta álag á staura í land- og millistöpli

Staðsetning	Langátt [mm]	Kraftur [kN]	Vægi [Nm]	Þverátt [mm]	Kraftur [kN]	Vægi [Nm]
Landstöpull, staur 10	0,26	15,9	7,34	0,92	55,9	19,8
Landstöpull, staur 1	0,17	12,4	4,38	0,05	4,12	1,90
Millistöpull, staur 5	0,09	4,0	1,85	0,36	16,2	5,73
Millistöpull, staur 1	0,08	4,3	1,52	0,36	18,8	8,68

### 3.6 Önnur hönnun

Í ljósi þess að færslur yfirbyggingar brúarinnar og stöpla hennar eru litlar má athuga hver áhrif annarrar hönnunar hefði verið þar sem dregið er úr getu brúarinnar til að standast jarðskjálftaálag. Athuguð voru áhrif þess að breyta uppröðun jarðskjálftalega og að fækka fjölda staura neðan stöpla.

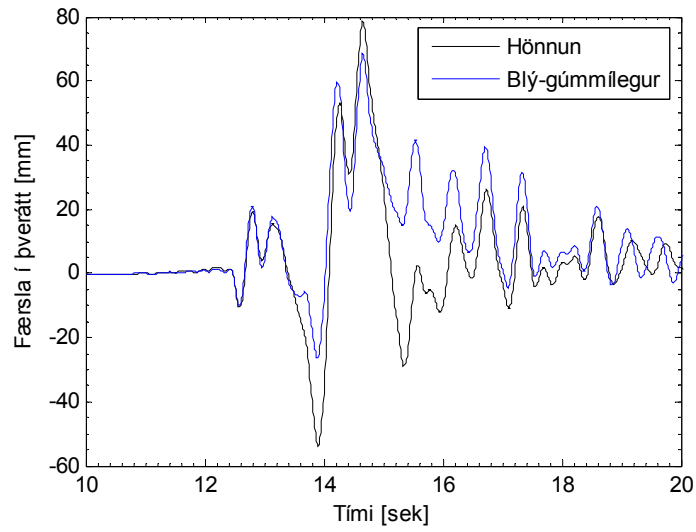
#### 3.6.1 Jarðskjálftalegur

Á báðum landstöplunum eru tvær blý-gúmmilegur milli stöplulsins og yfirbyggingar brúarinnar en á milli millistöpluls og yfirbyggingar brúarinnar eru tvær gúmmilegur. Áhrif þess ef bý-gúmmilegur væru á öllum stöplum má sjá á mynd 3.60. Mismunur á hágildum útfærslanna tveggja er lítil. Áhrif þess ef gúmmilegur án blýkjarna væru á öllum stöplum má sjá á mynd 3.61. Hágildi færslu verða mun hærri og varandi sveiflu mun lengri enda er deyfing mun lægri fyrir þessa tegund lega. Svörun yfirbyggingarinnar magnast upp í ákveðið hágildi en hegðar sér síðan sem deyfð sveifla. Í töflu 3.13 eru bornar saman færslur brúarinnar fyrir þrjár mismunandi útfærslur jarðskjálftaeinangrunar.

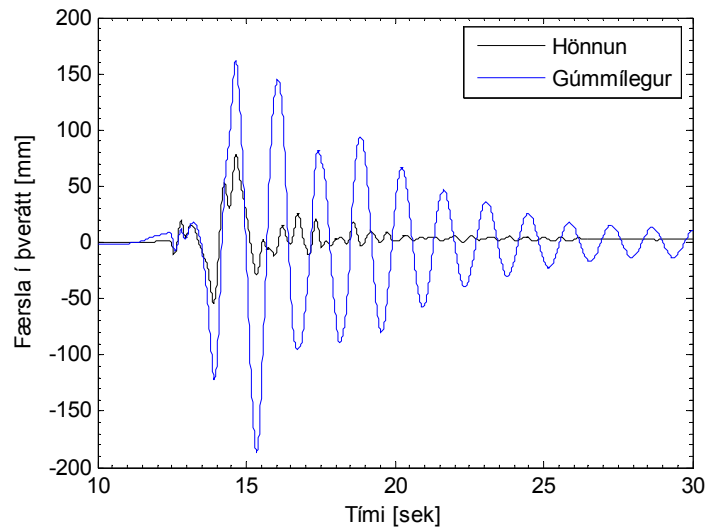
**Tafla 3.13** Samanburður á færslum þriggja mismunandi útfærsla á jarðskjálftaeinangrun

	Hönnun [mm]	Blý-gúmmilegur [mm]	Gúmmilegur [mm]
Ofan landstöplulegu langátt	17,6	13,8	22,9
Ofan landstöplulegu þverátt	78,7	68,4	187,2
Neðan landstöplulegu langátt	0,28	0,39	0,36
Neðan landstöplulegu þverátt	0,72	0,71	0,87
Landstöplulsbotn langátt	0,28	0,38	0,36
Landstöplulsbotn þverátt	0,72	0,71	0,87

Líkönin voru öll keyrð sem bitalíkön. Líkt og við er að búast eru færslur yfirbyggingar brúarinnar lægstar þegar blý-gúmmilegur voru á öllum stöplum. Neðan lega er munurinn á útfærslunum mun minni.



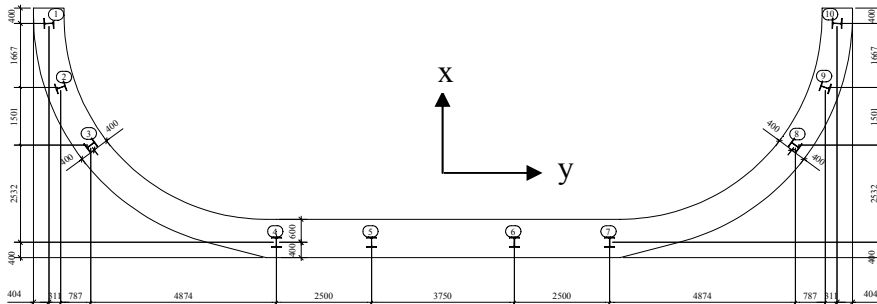
**Mynd 3.60** Samanburður á færslu brúarinnar í þverátt hennar fyrir lokahönnun og ef að blý-gúmmilegur væru á öllum stöplum brúarinnar.



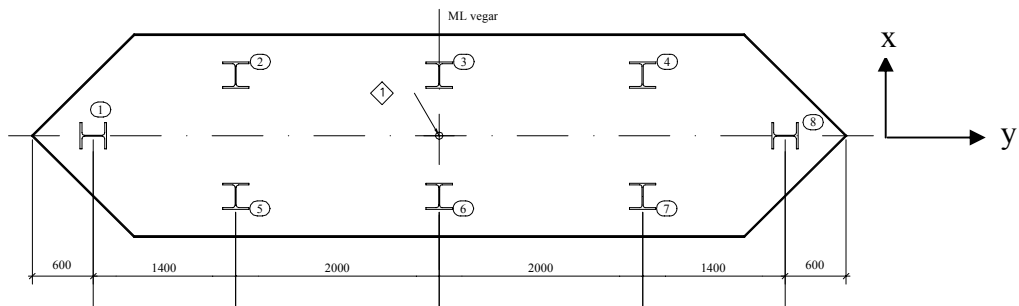
**Mynd 3.61** Samanburður á færslu brúarinnar þvert á langátt hennar fyrir lokahönnun og ef að gúmmilegur væru á öllum stöplum brúarinnar.

### 3.6.2 Fækkun staura

Ef staurum í staurþyrpingunum neðan landstöpla og millistöplum er fækkað mun það leiða til lækkunar samvirkniáhrifa sökum þess að áhrif nálægra staura verða minni og þannig mun hreyfðarfræðileg stífni og deyfni staura í þyrpingunum hækka. Ákveðið var að taka út annan hvorn staur í landstöplum og fækka þeim þannig úr 20 niður í 10 sbr. mynd 3.62 og í millistöpli var staurum fækkað úr 18 í 8 sbr. mynd 3.63.



Mynd 3.62 Staðsetning staura í landstöpli skv. breyttri hönnun.



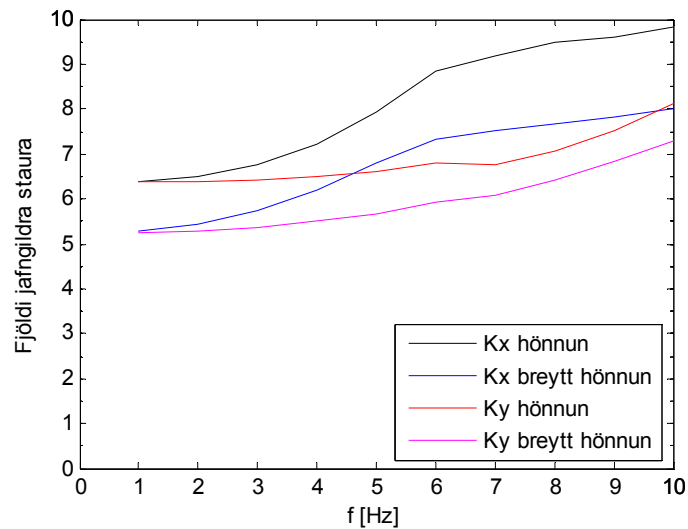
Mynd 3.63 Staðsetning staura í millistöpli skv. breyttri hönnun.

Hreyfðarfræðileg stífni staura í staurþyrpingum breyttrar hönnunar var reiknuð skv. aðferðarfræði kafla 2.4.5, er hún teiknuð á myndum 3.64 og 3.65 þar sem fjöldi jafngildra staura staurþyrpinganna fyrir mismunandi hönnun er borinn saman. Jafngildir staurar er sá staurafjöldi sem heildar hreyfðarfræðileg stífni þyrpinganna nær með samanlagðri stífni sinni. Fundin er meðalstífni staura í þyrpingunni og í hana er síðan deilt með stífni staura án samvirkniáhrifa, útkoman er síðan margfölduð með fjölda staura í þyrpingunni og þar með er kominn fjöldi jafngildra staura. Þar sem fjarlægð milli staura er lítil verða samvirkniáhrif meiri og jafnframt fjöldi jafngildra staura lægri. Hér er athyglisvert að bera saman fjölda jafngildra staura landstöplum samkvæmt breyttri hönnun og endanlegri hönnun. Staurunum

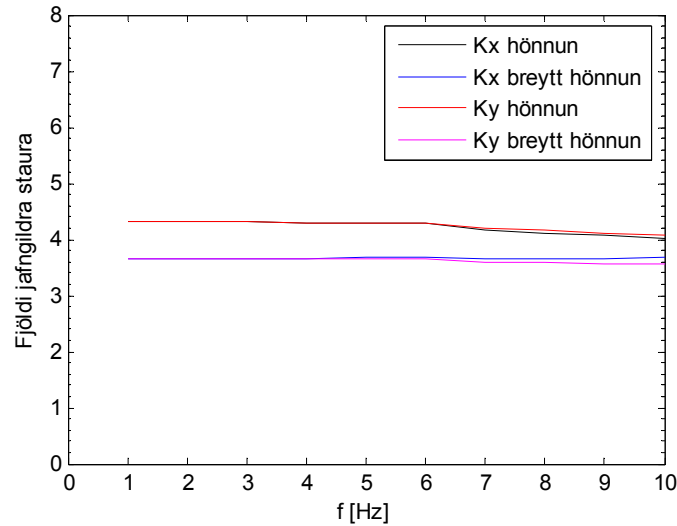
var fækkað um helming en heildar hreyfðarfræðileg stífni stauraþyrpingarinnar fyrir breytta hönnun landstöpsulsins er lítið lægri en fyrir endanlega hönnun.

**Tafla 3.14:** Samanburður á færslum fyrir mismunandi hönnun við niðurstöður greiningar þar sem ekki var tekið tillit til tíðniháðra samvirknihrifa innan stauraþyrpingar.

Staðsetning	Hönnun [mm]	Breytt hönnun [mm]	Án samvirknihrifa [mm]
Ofan Landstöpsulslegu langátt	17,6	17,7	17,5
Ofan Landstöpsulslegu þverátt	78,7	78,7	78,0
Neðan Landstöpsulslegu langátt	0,28	0,32	0,09
Neðan Landstöpsulslegu þverátt	0,72	0,87	0,11
Landstöpsulsbotn langátt	0,28	0,32	0,09
Landstöpsulsbotn þverátt	0,72	0,87	0,11

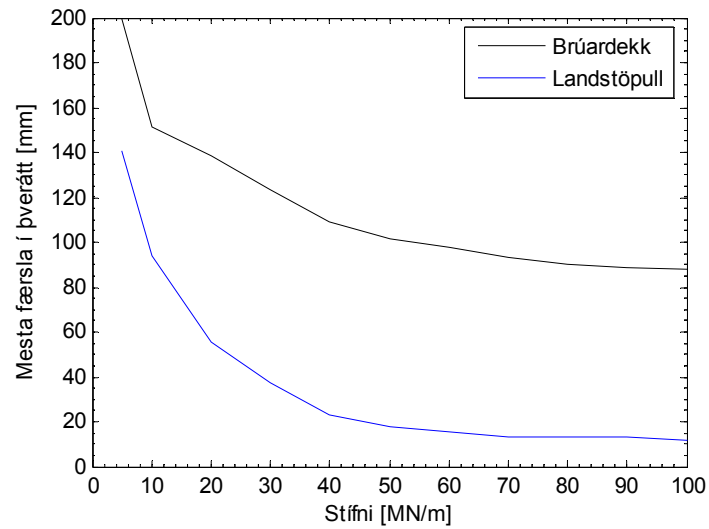


**Mynd 3.64** Fjöldi jafngilda staura í landstöpli fyrir endanlega hönnun brúarinnar og breytta hönnun stauraþyrpinga hennar.



**Mynd 3.65** Fjöldi jafngildra staura í millistöpli fyrir endanlega hönnun brúarinnar og breytta hönnun stauraþyrpinga hennar.

Niðurstöður keyrslu breyttrar hönnunar leiðir til að áhugavert verður að kanna við hvaða mörk á hreyfðarfræðilegri stífni stauraþyrpinganna fer hreyfing yfirbyggingar brúarinnar og stöpla ört hækkandi. Til að athuga þessi mörk var gerð sú einföldun að gera ráð fyrir sömu stífni á öllum þremur stöplunum. Niðurstöðurnar eru teiknaðar á mynd 3.66 þar sem sýnd er færsla yfirbyggingar brúarinnar og landstöpluls í þverátt sem fall af stífni hvernar stauraþyrpingar. Af myndinni má áætla að þessi mörk séu við heildar lárétta stífni 300 MN/m, ( $3 \times 100$  MN/m) þ.e. lárétt stífni undir stökum stöpli er sett sem 100 MN/m sem ekki er hátt gildi miðað við að lárétt stífni staks stauris við áætlaðar aðstæður á byggingarstað sé  $K_{HH} = 199,7$  MN/m. Lækkun skúfbylgjuhraða niður í 100 m/sek gefur  $K_{HH} = 66,78$  MN/m en ljóst er að ekki þarf marga staura til að ná þessari heildarstífni. Þessi mörk má einnig bera saman við heildar lárétta upphafsstífni jarðskálftalega sem er 70,4 MN/m.



**Mynd 3.66** Mesta færsla í þverátt brúar þegar stífni sérhverrar stauraþyrpingar neðan stöpla er sett jöfn ákveðnu gildi.

Áætluð heildarstífni stauraþyrpingar neðan landstöpulls þvert á langátt brúarinnar er 1296 MN/m og heildarstífni neðan millistöpulls er 956,8 MN/m. Ljóst er því að stífleiki stauraþyrpinganna er ríflegur og því lítil hætt á mikilli hreyfingu brúarinnar við jarðskjálftaálág samkvæmt aðferðarfræði verkefnisins.

## 4 LOKAORÐ

Samvirkni stauraþyrpingar, jarðvegs og brúar við jarðskjálftahreyfingu er flókið fyrirbæri og eru margir þættir sem þar hafa áhrif. Hér var farin sú leið að nálgá hreyfðarfræðilega stífni og deyfni stauraþyrpinga með tíðniháðum gormum og dempurum. Fjaðurstuðull jarðvegsins var settur sem fasti, en ljóst er að jarðvegur er oftast misþéttur og langt því frá að vera einsleitur. Aðferðarfræði verkefnisins er einföld en á að gefa raunhæfa niðurstöðu og auðvelt er að nota hana við sambærileg verkefni.

Brúin á Brúará hjá Efri-Reykjum er smíðuð var vorið 2004 var notuð sem rauntílik. Sett voru upp ólínuleg reiknilíkön í einingarforritinu SAP2000, bæði einfalt bitalíkan og ýtarlegra kubbalíkan. Yfirbygging brúarinnar er jarðskjálftaeinangruð með tveimur blý-gúmmílegum á hvorum landstöpli og tveimur gúmmílegum á millistöpli. Yfirbygging brúarinnar reyndist vera það stíft að fyrstu sveifluform brúarinnar skv. reiknilíkönunum eru láréttar hreyfingar dekkisins ofan á jarðskjálftalegunum í langátt og þverátt brúar.

Jarðskjálftaálag á reiknilíkönin var á formi tímaraða mældrar yfirborðshröðunar á Hellu 17. júní 2000. Keyrðar voru þrjár áttir jarðskjálftahreyfingarinnar samtímis. Á Hellu eru jarðvegsaðstæður nokkuð svipaðar og hjá brúnni.

Nokkur munur reyndist á hreyfðarfræðilegri stífni og deyfni stakra staura innan stauraþyrpinganna eftir staðsetningu þeirra innan þyrpingarinnar, hvort þeir voru yst í henni eða miðlægir. Hreyfðarfræðileg stífni og deyfni staura í landstöplunum reyndist, við þá tíðni er útreikningar eru miðaðir við, vera mun hærri en fyrir staura í millistöpli.

Bil milli staura neðan millistöpuls er mun minna en neðan landstöpuls og enda eru samvirkniáhrifin meira áberandi fyrir stauraþyrpinguna neðan millistöpuls.

Heildar hreyfðarfræðileg stífni og deyfni stauraþyrpinganna reyndist vera það há að færsla stöplanna ofan þeirra er hverfandi lítil. Útreikningar á annarri hönnun þar sem staurum í stauraþyrpingunum var fækkað sýndi að færsla yfirbyggingar brúarinnar jókst aðeins lítillega og samkvæmt reiknilíkaninu mætti því fækka staurunum minnst um helming. Á móti kemur spurningin um hvert sé burðarþol stakra staura og hvaða áhrif fækkun þeirra hefur á heildar stöðugleika brúarinnar.

Svörun jarðskjálftalega var athuguð og ljóst er að svörun þeirra er að mestu samkvæmt skilgreindu tvílínulegu líkani þeirra. Einnig voru athuguð áhrif þess að útfæra jarðskjálftaeinangrun brúarinnar á tvo aðra vegu. Sett var upp bæði líkan þar sem blý-gúmmílegur voru á öllum stöplum brúarinnar og líkan þar sem gúmmílegur án blýkjarna voru á stöplunum. Keyrsla líkananna gaf að færsla yfirbyggingar brúarinnar minnkaði lítillega

fyrir fyrra líkanið, en færslan varð mun meiri fyrir það seinna og jarðskjálftahreyfingin varð að deyfðri standandi sveiflu.

Samanburður á tölvutæku ólínulegu líkönunum er sett voru upp í einingarforritinu SAP2000 sýnir að lítill munur er á niðurstöðum útreikninga með bita- eða kubbalíkani, þrátt fyrir mikinn mun á finleika skiptingar líkananna í einingar og fjölda jafnvægislíkinga.

Lítill munur er fyrir mismunandi tilvik útfærslu á reiknilíkönunum. Athuguð voru áhrif þess að hafa stöpla brúarinnar á stauraþyrpingum, að festa þá í klöpp og að síðustu var sett upp tilvik þar sem yfirbygging brúarinnar hvílir á jarðskjálftalegum er festar eru í klöpp. Mismunur milli niðurstaða keyrslu þessara tilvika var hverfandi lítill er undirstrikar hve há heildar stífni stauraþyrpinganna er í raun.

Frekari vinnu mætti leggja í að bæta ólínulega kubbalíkanið í SAP2000. Næsta skref væri t.d. að skipta út tíðniháðum gormum og dempurum líkansins fyrir bitaeiningar með þversniðseiginleikum stauraþyrpingarinnar. Samvirkniáhrif yrðu nálgðuð með tíðniháðum gormum og dempurum meðfram lengdarás stauranna. Hér má einnig má nefna að fyrir nýjustu útgáfu SAP2000 er unnið að viðbót er nefnist SASSI 2000. Þessi viðbót gerir kleift að keyra ólínuleg stauralíkön er hafa verið sett upp í SAP2000 í forritinu SASSI (System For Analysis Of Soil-Structure-Interaction). Niðurstöður keyrslu í SASSI má síðan flytja aftur í SAP2000 til frekari úrvinnslu.



## 5 HEIMILDASKRÁ

Arnór Karlsson; Biskupstungur, sveitarlýsing; kafli í *Sunnlenskar byggðir - Tungur, Hreppar, Skeið*; Búnaðarsamband Suðurlands; Oddi hf.; Reykjavík 1980.

Bessason, B. og Kaynia, A. M.; Site amplification in lava rock on soft sediments; *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 22; 2002.

Bjarni Bessason; *Mat á jarðskjálftaáhrifum fyrir Skaftárveitu*; Verkfræðistofnun Háskóla Íslands, skýrsla nr. VHÍ-02-2004; Reykjavík nóvember 2004.

Bjarni Bessason og Einar Hafliðason; Recorded and Numerical Strong Motion Response of a Base-Isolated Bridge; *Earthquake Spectra*, Volume 20, No. 2, bls. 309-332; maí 2004.

Bjarni Bessason; Yfirborðsmælingar við ákvörðun á skúfbylgjuhraða í jarðvegi; grein í *árbók VFÍ/TFÍ 1999*; Reykjavík 1999.

Björn Ingi Sveinsson; *Nýr íslenskur álagsstaðall vegna jarðskjálfta*; kynnt á haustfundi SATS og Fb á Hótel Sögu, 29. nóvember 2002 (.pdf skjal af Internetinu).

Computers and Structures, Inc.; *SAP 2000 Analysis reference manual*; Computers and Structures, Inc.; Berkeley; júlí 2002.

Cook, R. D., Malkus, D. S., Plesha, M. E., Witt, R. J.; *Concepts and applications of finite element analysis*; 4 útgáfa; John Wiley & Sons. Inc.; New York 2002.

Dobry, R. og Gazetas, G.; Simple method for dynamic stiffness and damping of floating pile groups; *Géotechnique* 38, No. 4, bls. 557-574, 1988.

Eggert V. Valmundsson; Ólafsfjarðarbrú jarðskjálftaeinangruð, grein í *Gangverk - fréttabréf Verkfræðistofnu Sigurðar Thoroddsen*; Reykjavík 1. maí 2004.

ENV 1998-2: 1994 E; *Eurocode 8 - Design provisions for earthquake resistance of structures - Part 2: Bridges*; European committee for standardization; Brussel, desember 1994.

Finn, W. D. Liam, Wu. G. og Thavaraj, T.; Soil-Pile-Structure Interactions; grein í *Seismic Analysis and Design for Soil-Pile-Structure Interactions* – Geotechnical special publication no. 70; American Society of Civil Engineers; Reston, Virginia, U.S.A., 1997.

Gazetas, G., Mylonakis, G. og Nikolaou, A.; Simple Methods for the Seismic Response of Piles Applied to Soil-Bridge Interaction; ráðstefnugrein frá „*Third International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics*”, Volume III; St. Louis Missouri, U.S.A, apríl 1995.

Gazetas, G. og Makris, N.; Dynamic pile-soil-pile interaction. Part I: Analysis of axial vibration; *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 20, bls. 115-132, 1991.

Gazetas, G.; Foundation vibrations; kafli í *Foundation Engineering Handbook*, 2 útgáfa, bls. 553-593 (Ritstjóri: Fang, Y.); Van Norstrand Reinhold Co., New York; 1991.

Gísli Sigurðsson; *Fjallajarðir og Framafréttur Biskupstungna*; Ferðafélag Íslands árbók 1998; Prentsmiðjan Oddi hf.; Reykjavík 1998.

Guðrún Þóra Garðarsdóttir; *Líkan af staur í viðnámsjarðvegi*; Vegagerðin; Febrúar 2002.

Hjörtur Þráinsson og Ragnar Sigbjörnsson; *Álag og öryggi burðarvirkja*; Verkfræðistofnun Háskóla Íslands, skýrsla nr. 94005; Reykjavík 1998.

Jón Skúlason, Bjarni Bessason, Eyjólfur Árni Rafnsson, Haraldur Sigursteinsson, Sigfinnur Snorrason; *Túlkun CPT borana og SASW mælinga við íslenskar aðstæður*; Vegagerðin, Rannsóknir og þróun; Febrúar 1999.

Júlíus Sólmes, Ragnar Sigbjörnsson og Jónas Elíasson; *Hröðunarkort fyrir Ísland*; Verkfræðistofnun Háskóla Íslands, kynnt á málstofu í umhverfis- og byggingarverkfræðiskor í september 2002; [www2.verk.hi.is/vhi/Nyttefni/Skjalfiti/skjalfiti.htm](http://www2.verk.hi.is/vhi/Nyttefni/Skjalfiti/skjalfiti.htm).

Kramer, S. L.; *Geotechnical Earthquake Engineering*; Prentice Hall; New Jersey 1996.

Maheshwari, B. K., Truman, K. Z., El Naggar, M. H. og Gould, P. L.; Three-dimensional finite element nonlinear dynamic analysis of pile groups for lateral transient and seismic excitations; *Canadian Geotechnical Journal*, bls. 118-133; febrúar 2004.

Morelli, U. og McLane, T. R. (verkefnisstjórar); *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings*; unnið af American Society of Civil Engineers (ASCE) fyrir Federal Emergency Management Agency (FEMA); Washington, D.C. nóvember 2000.

Makris, N. og Gazetas, G.; Dynamic pile-soil interaction. Part II: Lateral and seismic response; *Earthquake and structural dynamics*, vol. 21, bls. 145-162; 1992.

Marshall, L. og Nissen, J. M.; Geotechnical and Foundation design considerations; kafli í *The Seismic Design Handbook*, bls. 374-375 (Ritstjóri: Naeim, F.); Van Norstrand Reinhold, New York; 1989.

Meymand, P. J.; *Shaking Table Scale Model Tests of Nonlinear Soil-Pile Superstructure Interaction in Soft Clay*; <http://nisee.berkeley.edu/meymand>; doktorsritgerð; University of California, Berkeley; haust 1998.

Naeim, F. og Kelly, J. M.; *Design of Seismic Isolated Structures*; John Wiley & Sons, Inc.; New York 1999.

prEN 1998-1:200X draft no 6; *Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance - Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings*; European committee for standardization; Brussel, janúar 2003.

prEN 1998-5:200X draft no 5; *Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance - Part 5: Foundations, retaining structures and geotechnical aspects*; European committee for standardization; Brussel, janúar 2003.

Priestley, M. J. N, Seible, F og Calvi, G. M.; *Seismic design and retrofit of bridges*; John Wiley & Sons, Inc.; New York 1996.

Ragnar Sigbjörnsson og Benedikt Halldórsson; *Einingaraðferðin, grindur*; Verkfræðistofnun Háskola Íslands, skýrsla nr. 97002; Selfoss 2001.

Kristján Sæmundsson; *Jarðhitalíkur í Efstadal, Laugardalshreppi – Greinargerð KS-93/28*; Orkustofnun, Jarðhitadeild; 23. nóvember 1993.

Kudella, Peter; *Skriptum Grundbau III (Tiefgründungen)*, handrit; Universität Karlsruhe, Þýskalandi; vetrarönn 2003/2004.

Teknisk Forlag; *Teknisk stábi*; 18. útgáfa; Teknisk Forlag; Kaupmannahöfn 1999.

Vegagerðin(a); *Útboðslýsing, Laugarvatnsvegur (37), brú á Brúará*; 1. hefti: Útboðslýsing; Vegagerðin; 1. mars 2004.

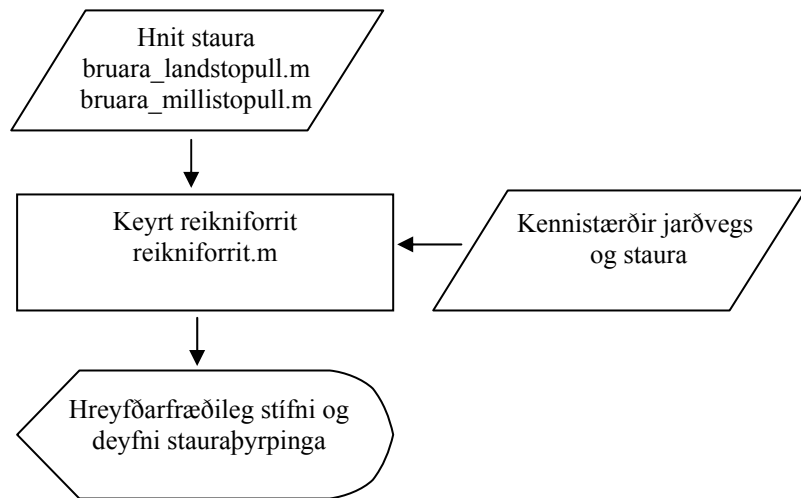
Vegagerðin(b); *Útboðslýsing, Laugarvatnsvegur (37), brú á Brúará;*  
3. hefti – upprættir; Vegagerðin; 1. mars 2004.

Wang, S., Kutter, B. L., Chacko, J. M., Wilson, D. W., Boulanger, R. W., Abghari, A.;  
Nonlinear Seismic Soil-Pile Structure Interaction; *Earthquake Spectra*, volume 14, no. 2;  
maí 1998.

Wilson, Edward L.; *Three dimensional static and dynamic analysis of structures*; 2. útgáfa;  
Computers and Structures; Berkeley; janúar 2002.

## VIÐAUKI A

Forrit til ákvörðunar á hreyðarfræðilegum kennistærðum stauraþyrpinga brúar á Brúará



```
% bruara_landstopull.m
% Hnit staura í stauraþyrpingu neðan landstöpsuls.
```

```
close all
clear all
clc
```

```
x = [12906.000; 12905.155;
     12904.333; 12903.553;
     12902.832; 12900.582;
     12900.300; 12900.300;
     12900.300; 12900.300;
     12900.300; 12900.300;
     12900.300; 12900.300;
     12900.582; 12902.832;
     12903.553; 12904.333;
     12905.155; 12906.000];
```

```
y = [-10.346; -10.253;
     -10.036; -9.698;
     -9.249; -5.612;
     -4.375; -3.125;
     -1.875; -0.625;
     0.625; 1.875;
     3.125; 4.375;
     5.612; 9.249;
     9.698; 10.036;
     10.253; 10.346];
```

```
plot(x,y,'x')
axis ([12900 12930 -15 15 ]);
```

```
save bruara_landstopull x y
```

```
% bruara_millistopull.m  
% Hnit staura í stauraþyrpingu neðan millistöpul.
```

```
close all  
clear all  
clc
```

```
x = [12882.300; 12882.900;  
12882.900; 12882.900;  
12882.900; 12882.900;  
12882.900; 12881.700;  
12881.700; 12881.700;  
12881.700; 12881.700;  
12881.700; 12881.700;  
12881.700; 12882.300];
```

```
y = [-3.400; -2.800;  
-2.000; -1.200;  
-0.400; 0.400;  
1.200; 2.000;  
2.800; -2.800;  
-2.000; -1.200;  
-0.400; 0.400;  
1.200; 2.000;  
2.800;3.400];
```

```
plot(x,y,'x')  
axis ([12878 12886 -4 4 ]);
```

```
save bruara_millistopull x y
```

```
% reikniforrit.m
% Forrit til ákvörðunar hreyfðarfræðilegrar stífni og deyfni
% staurþyrpingar á ákveðnu tíðnibili.

clear all
close all
clc

% Eðlismassi, skúfbylgjuhraði og Poisson hlutfall jarðvegs.
hro = 1800 % kg/m^3
Vs = 200;
v = 0.2;

% Skúfstuðull og fjaðurstuðull jarðvegs.
G = hro*(Vs^2);
Es = G*2*(1+v);

% Fjaðurstuðull staurs og massi hans per metra (kg/m).
Ep = 210*1E9;
mp = 93;

% Hlutfallið milli fjaðurstuðuls staurs og jarðvegs.
EpEs=Ep/Es;

% Þvermál staurs.
d = 0.26

% Virk lengd staurs.
lc=2*d*(EpEs)^0.25

% Lengd staurs og þykkt jarðvegs.
L = 8;
H = L;

% Eigintíðni jarðvegs.
fs = Vs/(4*H);

% Tíðnibil sem reiknað er fyrir.
f = 1:0.5:20;
```



```

% Horntíðni
w = 2*pi*f;

% Einingarlaus tíðni.
a0hh = w*(d/Vs);

% Deyfnihlutfallið
beta=0.05;

% Stöðufræðileg lárett (swaying) stífni staks staurs.
K_HH = d*Es*(EpEs)^0.21

% Hlutfallið milli stöðufræðilegrar stífni og hreyfðarfræðilegrar er einn.
KHH = ones(1,max(size(a0hh)));

% Ákvörðun deyfni staks staurs.
for j=1:max(size(a0hh))
    if f(j)>fs
        D_HH(j)=0.80*beta+1.10*f(j)*d*(EpEs)^0.17*(Vs)^-1;
    elseif f(j)<=fs
        D_HH(j)=0.80*beta;
    end

    CHH(j) = 2*K_HH*D_HH(j)/w(j);
    CHH_plot(j) = (2*D_HH(j)/w(j)).*(Vs/d);
end

% Reikna hér aðeins landstöpul
load bruara_landstopull
%load bruara_millistopull
fjoldi = max(size(x))

% Hlufallid milli Lysmer líkingar hraða og skúfbylgjuhraða jarðvegs.
ratio = (3.4/(pi*(1-v)));

for p = 1:max(size(x))
    % Hnit staurs er reikna skal fyrir
    x_staur = x(p);

```

```

    y_staur = y(p);
    % Reiknuð fjarlægð milli staura í þyrpingunni.
    for j = 1:max(size(x))
    S(j) = sqrt((abs(x(j))-x_staur)^2+(abs(y(j))-y_staur)^2);

end

% Finn hornin milli staura í þyrpingunni.
I = find(S);
for j = 1:max(size(I))
    R(j) = S(I(j));
    %Finn horn í rad
    horn(j) = atan(((y(I(j))-y(p)))/(x(I(j))-x(p))));
end
S=R;

% Ákvörðun samvirknistuðla
for j=1:max(size(a0hh))
    for m = 1:max(size(S))
        avS(m) = (((S(m)/d)*2)^(-0.5))*exp(-beta*a0hh(j)*S(m)/d)*exp(-i*a0hh(j)*S(m)/d);
        ahS(m) = (((S(m)/d)*2)^(-0.5))*exp(-beta*a0hh(j)*S(m)/(d*ratio))*exp(-
i*a0hh(j)*S(m)/(d*ratio))*(cos(horn(m)))^2 + (((S(m)/d)*2)^(-0.5))*exp(-
beta*a0hh(j)*S(m)/d)*exp(-i*a0hh(j)*S(m)/d)*(sin(horn(m)))^2;

        ahS_90(m) = (((S(m)/d)*2)^(-0.5))*exp(-beta*a0hh(j)*S(m)/(d*ratio))*exp(-
i*a0hh(j)*S(m)/(d*ratio))*(cos(horn(m)-(pi/2)))^2 + (((S(m)/d)*2)^(-0.5))*exp(-
beta*a0hh(j)*S(m)/d)*exp(-i*a0hh(j)*S(m)/d)*(sin(horn(m)-(pi/2)))^2;
    end

    % Normerað samviðnám staks staura með stöðufræðilegri stífní staura í jarðvegi.
    kxsi(j)= KHH(j) + a0hh(j)*CHH_plot(j)*i;

    % Margföldun með hreyfðarfræðilegri stífní
    kxsi_reikn(j) = K_HH*(KHH(j) + w(j)*CHH_plot(j)*(d/Vs)*i);

    % Ákvörðun minnkunarstuðla fyrir hreyfðarfræðilegra stífní og deyfni
    kxxG(j,p) = kxsi(j)/(1+((3/4)*sum(ahS)*(kxsi_reikn(j)/(kxsi_reikn(j)-mp*w(j)^2))));
    kxyG(j,p) = kxsi(j)/(1+(3/4)*sum(ahS_90)*(kxsi_reikn(j)/(kxsi_reikn(j)-mp*w(j)^2)));
    CxxG(j,p) = imag(kxxG(j,p))/a0hh(j);

```

```
    CxyG(j,p) = imag(kxyG(j,p))/a0hh(j);  
end  
end
```

```
% Stífni og deyfni einstakra staura innan stauraþyrpingar.
```

```
kxyG=real(kxyG)*K_HH;
```

```
kxxG=real(kxxG)*K_HH;
```

```
CxxG=CxxG*K_HH;
```

```
CxyG=CxyG*K_HH;
```

```
% Meðalgildi stífni og deyfni staura í stauraþyrpingunum
```

```
land_kxx200 = sum(kxxG,2)/max(size(x));
```

```
land_kxy200 = sum(kxyG,2)/max(size(x));
```

```
land_Cxx200 = sum(CxxG,2)/max(size(x));
```

```
land_Cxy200 = sum(CxyG,2)/max(size(x));
```